

# النظرية النسبية

د. محمد الهاوي العزوي

أستاذ الفيزياء النظرية

كلية التربية - جامعة عين شمس

د. جبر الرزق زكريا

أستاذ الفيزياء النووية

وفيزياء الطاقة العاليه

كلية الهندسه - جامعة عين شمس

الطبعة الثالثة

١٤٠٩ هـ - ١٩٨٨ م

اهداءات ٢٠٠٣

١/ عبد الرحمن فكري

الإسكندرية

# النَّظَرِيَّةُ النَّسَبِيَّةُ

د. محمد خير الهاوري العززي

أستاذ الفيزياء النظرية

كلية التربية - جامعة عين شمس

د. محمد خير العززي العززي

أستاذ الفيزياء النووية

وفيزياء الطاقة العاليه

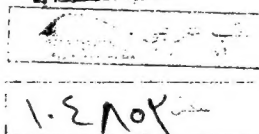
كلية الهندسة - جامعة عين شمس

BIOTHECA ALEXANDRINA

مكتبة الاسكندرية

الطبعة الثالثة

١٤٠٩ هـ - ١٩٨٨ م





بِسْمِ اللَّهِ الرَّحْمَنِ الرَّحِيمِ









## مقدمة

الحمد لله رب العالمين والصلاة والسلام على سيد المرسلين - ونشكره سبحانه وتعالى أن وفقنا لتقديم هذا الكتاب في موضوع « النظرية النسبية الخاصة » وذلك حتى يستفيد منه طلبة وطالبات الجامعات والمعاهد العليا في الوطن العربي .

ولقد راعينا أن نقدم هذا الكتاب باللغة العربية مع الإبقاء على المعالجات الرياضية والقوانين الفيزيائية بحروف اللغة الانجليزية وذلك لسببين :

أولها : أن تساعد القارئ على الاستفادة من المراجع الأجنبية المتاحة .

ثانيها : أن المؤلفات العلمية الأجنبية على اختلاف اللغة المستخدمة في كتابتها تسرد المعالجات الرياضية بحروف اللغة الانجليزية .

ونأمل باذنه تعالى أن يجنى القارئ العربي الفائدة المرجوة من وراء كتابة هذا المؤلف بهذه الصورة .

ويبدأ الكتاب بعرض سريع للأسس الفيزيائية التي أدت بالعالم أينشتاين إلى تقديم النظرية النسبية الخاصة .

وفي الباب الثاني نقدم ما يعرف بتحويلات لورنتز - أينشتاين للاحداثيات التي أضيف إليها أحداث رابع مرتبط بالزمن .

أما في الباب الثالث فنوضح كيف أمكن تفسير بعض الظواهر الفيزيائية في ضوء تلك التحويلات .

ونبدأ في الباب الرابع تقديم مفهوم التكافؤ بين الكتلة والطاقة وما ترتب على ذلك من عدة اكتشافات فيزيائية هامة - ونستكمل ذلك في الباب الخامس .

وينتهي الكتاب بعرض لحلول بعض الأمثلة العديدة علاوة على الأمثلة المحلولة التي أضفناها في نهاية كل باب على حدة لأن مثل هذه المعالجات العديدة للظواهر الفيزيائية تساعد ذاتها على ترسيخ المفهوم الفيزيائي لها في ذهن القارئ .

والله وحده ولي التوفيق ...

الباب الأول

منشأ النظرية النسبية الخاصة



## مبحث النظرية النسبية الخاصة

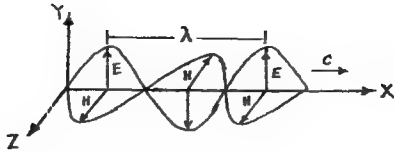
### ١ - مقدمة :

لقد قدم هذه النظرية العالم الألماني ألبرت أينشتاين A. Einstein عام ١٩٠٥ م . محاولاً أن يشرح بها أسس الربط بين الظواهر الفيزيائية كما يراها مشاهدان بينها حركة نسبية خطية منتظمة .  
وتتميز هذه النظرية الهامة بما يلي :

- أ - تعتبر أول نظرية في الفيزياء الحديثة تتحدد بإطار رياضي متكامل .
- ب - تؤدي إلى التعبير الرياضي عن القوانين الفيزيائية بصورة تتصف بالتآكل .
- ج - تدخل في معالجة كثير من نتائج تجارب الفيزياء الحديثة سواء في مجال الفيزياء الذرية Atomic أو الفيزياء النووية Nuclear بل أكثر من ذلك أدت إلى التنبؤ بعدة ظواهر فيزيائية تم اكتشافها فيما بعد مثل التنبؤ بإمكانية تحويل المادة إلى طاقة والعكس، وساعد ذلك في فهم مصدر الطاقة الشمسية وفي عمل المعجلات النووية Nuclear Accelerators

### ٢ - المرحل إلى النظرية النسبية الخاصة :

يمكننا القول بأن قصة الوصول إلى النظرية النسبية الخاصة لأينشتاين بدأت بعد ما وضع العالم الانجليزي جيمس كلارك ماكسويل J.C. Maxwell أسس النظرية الكهرومغناطيسية للضوء عام ١٨٦٤ م .



شكل ( ١ - ١ ) موجة كهرومغناطيسية تتصف باستقطاب مستو

ونبعا لهذه النظرية فإن الحركة الموجية في الفراغ للمجال الكهربى والمجال المغناطيسى المكونين لموجة كهرومغناطيسية يوصف في أبسط صورة لها بالمعادلتين :

$$\frac{\partial^2 E_y}{\partial t^2} = c^2 \cdot \frac{\partial^2 E_y}{\partial x^2} \quad \dots (1-1)$$

$$\frac{\partial^2 H_z}{\partial t^2} = c^2 \cdot \frac{\partial^2 H_z}{\partial x^2} \quad \dots (1-2)$$

حيث  $c$  تمثل سرعة انتشار الانعراج الكهرومغناطيسى في الفراغ ويساوى  $1/\sqrt{\mu_0 \epsilon_0}$  حيث  $\mu_0$  معامل النفاذية المغناطيسية Magnetic Permeability للفراغ وبميتها  $4\pi \times 10^{-7}$  هنرى/متر ،  $\epsilon_0$  الساحةية الكهربية Electric Permittivity للفراغ وبميتها  $8.85 \times 10^{-12}$  فاراد/متر . أى أن  $c$  تساوى  $3 \times 10^8$  مترا/ثانية .

وكما يوضح الشكل ( ١ - ١ ) فإن المعادلتين (1-1) ، (1-2) تمثلان حركة موجة كهرومغناطيسية لنوء مستطبق في المستوى ( y-z ) وتنتشر طاقتها الاشعاعية بسرعة  $c$  في اتجاه المحور x كما يوضح الشكل حقيقة أن الموجات الكهرومغناطيسية موجات مستعرضة، ولذا فالمجالان الكهربى "E" والمغناطيسى "H" متعامدان كل على الآخر وكلاهما عمودى على اتجاه الانتشار . وكانت التجربة العلمية حينئذ مبنية على أساس أن أى حركة موجية تحتاج إلى وسط ما تنتشر فيه الطاقة التى تحملها تلك الحركة .

فمثلا في حالة الحركة الموجية لصوت ينتشر في غاز مثل الهواء تكون سرعة الموجة الصوتية  $v$  تعطى بالعلاقة :

$$v = \sqrt{\frac{\gamma P}{\rho}} \quad \dots (1-3)$$

حيث  $\gamma$  هي النسبة بين الحرارتين النوعيتين للهواء  $C_p, C_v$

$P$  ضغط الغاز .

$\rho$  كثافته .

والمعادلة (1-3) توضح أن سرعة الحركة الموجية في وسط ما تعتمد كليا على الخصائص الفيزيائية لذلك الوسط . لذلك فكر العلماء في ضرورة وجود وسط يسمح بانتشار الموجات الكهرومغناطيسية فيه بهذه السرعة الماثلة  $c$  وقد اقترح بعضهم بناء على ما حققته نظرية ماكسويل من نجاح وجود وسط ويمضى سمي بالأنثير الوميضي Luminiferous Ether يملأ الكون حولنا وان هذا الوسط يتميز بخصائص معينة تسمح بمثل هذه القيمة العالية للسرعة  $c$  التي تمثل أكبر قيمة معروفة لأي سرعة في الوجود .

وواجه المنطق العلمي تساؤلا عجز جميع العلماء وقتئذ عن الاجابة عليه : فالسرعة العالية جدا لانتشار الموجات الكهرومغناطيسية المستعرضة المستقطبة تتطلب أن يكون الوسط الوميضي ( الأنثير ) صلبا وأن يتصف بنوابت مرونة عالية القيمة للغاية . فكيف يكون الأنثير صلبا بينما نحن لا نشعر به ونتحرك خلاله بمنتهى اليسر والسهولة كما أنه يتخلل كل مكان ؟

إلا أن العلماء سمحوا باستمرار افتراض وجود هذا الأنثير وبدأ تفكيرهم جميعا يتحدد داخل هذا الاطار . بل أكثر من ذلك جعلوا هذا الأنثير « الصلب !! » الساكن هو الشيء الذي يجب أن نربط به نظام الاحداثيات الخاص بقوانين الحركة لنيوتن . وهذا معناه أنه في حالة الحركة الخطية المنتظمة ( أى بدون عجلة ) بالنسبة للأنثير تحتفظ قوانين نيوتن بصورتها التطبيقية .

ومن هنا بدأ التفكير في إجراء تجربة عملية للتحقق من وجود هذا الأنثير الافتراضي باكتشاف تأثير حركة الأرض خلاله على قيمة سرعة الضوء المقاسة .

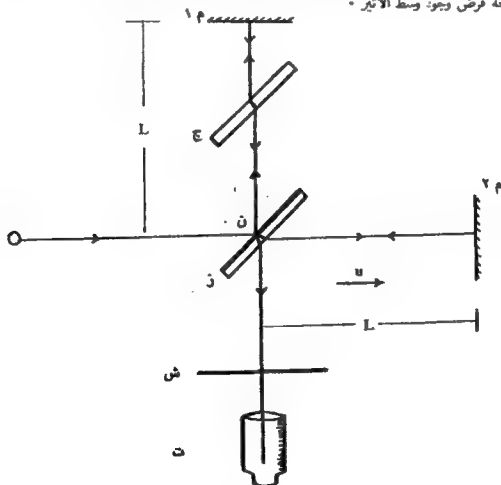
لذلك أجريت تجربة ضوئية لهذا الغرض تسمى تجربة ميكلسون ومورلي Michelson & Morley

نسبة إلى العالمين الأمريكيين اللذين أجراها • وستشرح فيما يلي هذه التجربة •

## ٢-١ تجربة ميكلسون ومورلي (عام ١٨٨٧ م) :

### الأساس النظري للتجربة :

يعتمد تصميم هذه التجربة وطريقة إجرائها على تطبيق قانون إضافة السرعات المعتاد لنيوتن • فالموجات الضوئية تنتشر في الأثير والذي اعتبر ساكناً • كما أن الكرة الأرضية تنساب خلال الأثير أيضا دون أن تسبب فيه أى اضطراب • لذا تعتمد فكرة هذه التجربة على احتمال حدوث تغيير ما في قيمة سرعة الضوء نتيجة لوضع الجهاز المستخدم بالنسبة لاتجاه سرعة الأرض • هذا على أساس صحة فرض وجود وسط الأثير •



شكل (٢-١) رسم يوضح أهم أجزاء جهاز ميكلسون ومورلي



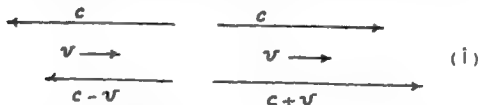
فمثلا إذا كان اتجاه انتشار الموجات الضوئية موازيا لاتجاه حركة الأرض خلال الأثير بسرعتها  $u$  كما هو موضح بالجزء ( أ ) من شكل ( ١ - ٣ ) فإن سرعة انتشار تلك الموجات تبعاً لقانون إضافة السرعات لتبني تصيح  $(c \pm u)$  .

أما إذا كان اتجاه انتشار هذه الموجات عمودياً على السرعة  $u$  ( شكل ١ - ٣ ) ( الجزء ب ) فإن السرعة النسبية لانتشار هذه الموجات تساوى حينئذ

$$. \sqrt{c^2 - u^2}$$

ومع أن سرعة دوران الأرض حول الشمس  $u$  تساوى  $3 \times 10^4$  متر/ثانية . إلا أن العالمين ميكلسون ومورلى قد صمما هذه التجربة بحيث يمكن اكتشافه تأثير سرعة أقل من ذلك بكثير على قيمة سرعة الضوء المقاسة .

والترجمة العملية لفكرة هذه التجربة تعتمد على قياس أزمنة عبور الأشعة الضوئية لمسارات متساوية في اتجاهين أحدهما يوازي والآخر عمودى على اتجاه حركة الأرض خلال الأثير . ويتحقق ذلك باستخدام مقياس التداخل لميكلسون ومورلى الموضح بالرسم .



شكل ( ١ - ٣ ) إضافة السرعة تبعاً لنسبية نيوتن

في هذه التجربة يسقط ضوء أحادى اللون من المنبع ويصطدم بشريحة زجاجية تقبل على اتجاه سقوط الأشعة بزاوية  $45^\circ$  وهذه الشريحة لها سطح نصف مقعص فينعكس عنه إلى أعلى نصف هذا الضوء متجهاً ناحية المرآة المستوية م ١ بينما ينكسر النصف الآخر وينفذ موازياً لاتجاه الأشعة الساقطة إلى المرآة المستوية م ٢ .

وحيث أن كلا من المرآتين م ١ م ٢ تتميز بسطح مقعص كامل فانها يعكسان كل ما يسقط عليها من ضوء ليعود مرة أخرى تجاه الشريحة الزجاجية النصف مقعصة « ز » وعندها ينكسر جزئياً الضوء القادم من المرآة م ١ ويُفقد بينما ينكسر الجزء الآخر منه خلافاً وينفذ متجهاً ناحية

الشاشة « ش » • أما بالنسبة للضوء القادم من المرأة م ٢ فينكسر جزء منه عند الشريحة النصف مقلضة وينفذ ويُقَد في اتجاه مصدر الضوء، بينما ينعكس الجزء الآخر عند السطح النصف مقلض منها في اتجاه الشاشة « ش »، وبلا حظ أنه توضع شريحة زجاجية « ج » في مسار الأشعة المتجهة إلى المرأة « ١٠ » ولذا نفس سمك الشريحة النصف مقلضة « ز » وبحيث تكون مائلة بنفس الزاوية على الرأس وبذلك نضمن أن حزني الحزمة الضوئية قد اختلفا نفس العدد من الشرائح الزجاجية المتساوية السمك • ويتم التداخل بين حزمتي الضوء المتجهتين للشاشة فينتج عليها نمُذَج التداخل الذي يظهر عليها على هيئة هدب تداخل مضئية وأخرى مظلمة وتشبه إلى حد ما أسنان المسطوما بينها • ويمكن باستخدام التلسكوب « ت » للكشف عن أمر إزاحة نسبية لهذه هذا النموذج •

لكي نفهم كيف يتم هذا التداخل نحسب زمن الرحلة الضوئية لكل جزء من الحزمة الضوئية السافطة على الشريحة « ز » حتى تعود إليها بعد الانعكاس عند المرآتين م ١، م ٢.

أولاً : بالنسبة للمسار الضوئي ن م ١ فان زمن الرحلة  $t_1$  هو :

$$t_1 = \frac{L}{\sqrt{c^2 - u^2}} + \frac{L}{\sqrt{c^2 - u^2}}$$

$$\therefore t_1 = \frac{2L}{\sqrt{c^2 - u^2}} \quad \dots (1-4)$$

ثانياً : بالنسبة للمسار الضوئي ن م ٢ فان زمن الرحلة  $t_2$  هو :

$$t_2 = \frac{L}{c - u} + \frac{L}{c + u} = \frac{2Lc}{c^2 - u^2} \quad \dots (1-5)$$

ومع الأخذ بعين الاعتبار أن سرعة دوران الأرض حول الشمس صغيرة جداً بالنسبة لسرعة الضوء إذ أن :

$$\frac{u}{c} = \frac{3 \times 10^4}{3 \times 10^8} = 10^{-4}$$

فانه يمكن رياضيا أن تكفى بالمعدين الأول والثاني في معكوف القطار  
 $(1 - u^2/c^2)^{-1/2}$  وكذلك القطار باستخدام نظرية ذات المعدين .

وهستناد من ذلك في حساب الزمن  $t_1$  ,  $t_2$  كالآتي :

$$t_1 = \frac{2L}{c \sqrt{1-u^2/c^2}} = \frac{2L}{c} (1 - \frac{u^2}{c^2})^{-1/2}$$

$$= \frac{2L}{c} (1 + \frac{1}{2} \frac{u^2}{c^2} + \dots) \quad \dots(1-6)$$

$$t_2 = \frac{2Lc}{c^2 (1 - u^2/c^2)} = \frac{2L}{c} (1 - \frac{u^2}{c^2})^{-1}$$

$$= \frac{2L}{c} (1 + \frac{u^2}{c^2} + \dots) \quad \dots(1-7)$$

ويكون الفرق بين هاتين الفترتين الزمنيين  $\delta t$  هو:

$$\delta t = t_2 - t_1 = \frac{2L}{c} \cdot \frac{u^2}{2c^2} = \frac{Lu^2}{c^3} \quad \dots(1-8)$$

فإذا فرضنا أن الزمن الدوري لموجات الضوء المستخدم هو  $T$  وورد  $\frac{c}{\lambda} = \frac{1}{T} = u$  .  
 ∴ هذا الفرق الزمني  $\delta t$  يقابل غرنا في الطور  $\delta$  بين الاهتزازين الضوئيين المتوائمين المتداخلين

يساوى :

$$\delta = \frac{\delta t}{T} \cdot 2\pi = \delta t \cdot \gamma \cdot 2\pi = \frac{Lu^2}{c^3} \cdot \frac{c}{\lambda} \cdot 2\pi$$

$$= \frac{2\pi L u^2}{\lambda c^2} \quad \dots(1-9)$$

$L = 30 \text{ meters}$

وبالتعويض عن  $\lambda \cdot L$  بالقيم الآتية :

$$\lambda = 6000 \text{ Å} = 6 \times 10^{-7} \text{ Meter}$$

كما كان الحال في أحد تجارب ميكلسون ومورلي فإن الفرق في الطور يساوى

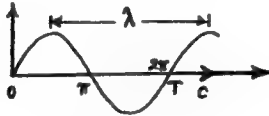
$$\delta = 2 \times 30 \times (10^{-9})^2 = \pi \quad \text{زاوية نصف قطرية} \quad (1-10) \dots (\text{radians})$$

فإذا أدير الجهاز بزاوية  $90^\circ$  بحيث يتبادل الفراغان ( ن م ١ ) ( ن م ٢ ) موضعيهما فيصبح المسار ن م في اتجاه يوازي اتجاه سرعة الأرض في الأثير بين المسار ن م ٢ يصبح عموديا على اتجاه سرعة الأرض في الأثير وهذا يجعل الفرق في الطور بين الاهتزازتين أيضا  $\pi$  ولكن باتجاه سالب .

ومعنى ذلك أنه بتهيئة الجهاز في وضعين بينها زاوية  $90^\circ$  فإن الفرق الكلى في الطور  $\delta$  يساوى

$$\pi - (-\pi) = 2\pi$$

وهذا ما يقابل اهتزازة ضوئية كاملة أى فرق في المسار الضوئى مقداره  $\lambda$  حيث  $\lambda$  طول الموجة ويتضح هذا من الرسم :



شكل ( ١ - ٤ )

توضيح أن الزمن الدورى يقابل فرقا في الطور مساويا  $2\pi$

ولقد وضع ميكلسون ومورلي جهازهما بالكامل على قاعدة رخامية طافية فوق رثيق في حوض كبير حتى يسهل دوران الجهاز في أى اتجاه وبأى زاوية بالنسبة لموضعه الأصيل ودون أى إجهادات على أجزاء الجهاز نفسه .

وكان جهاز ميكلسون ومورلي مصمما بدقة تمكن من الكشف عن أى إزاحة نسبية لنموذج هُذب التداخل ناتجا عن أى فرق في المسار الضوئى يزيد عن عشر الطول الموجى  $\lambda$ .

وعند إجراء التجربة حصل العلملان ميكلسون ومورلي على نتيجة سالبة أى لم تشاهد أى إزاحة في نموذج هُذب التداخل على الشاشة عند دوران الجهاز  $90^\circ$  والتي كان من المتوقع حدوثها . وبإعادة التجربة عدة مرات على مدى عدة سنوات وفي مختلف الظروف فكانا دائما يحصلان على نتيجة سالبة . أى تأكد علميا ان النتيجة السالبة هى حقيقة تجريبية ومعنى هذه النتيجة انه لم يحدث أى تغير في سرعة الضوء .

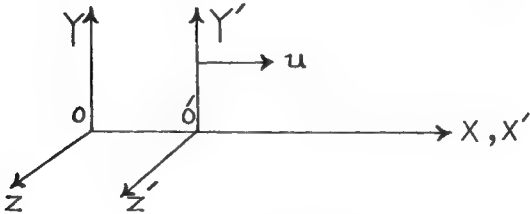
وكانت هناك عدة محاولات لتفسير تلك النتيجة دون اللجوء بفكرة اقترأض وجود الأثير

الوميضى • ولكن تأكد بعد ذلك أن كل هذه التفسيرات غير مقبولة وقد شجع ذلك العالم ألبرت أينشتاين عام ١٩٠٥م أن يتقدم بتفكير علمي جديد تماما • وهذا ما سنوضحه ابتداء من الباب الثانى • ولكن قبل ذلك سنعرض بعض أساسيات ما يسمى بنسبية نيوتن منها :

### ١- معادلات تحويل الإحداثيات النيوتونية أو (الجاليلية) :-

Newtonian (or Galilean) CO-Ordinates Transformation Equations

لنفترض أن لدينا ملاحظين أحدهما  $O'$  فى مركبة فضائية وللآخر  $O$  على سطح الأرض مثلا وكلاهما يرصد الظواهر التى تحدث عند الآخر وليتيسر لنا دراسة مشاهدات أحدهما بالنسبة للآخر فاننا نستعاض عن المركبة الفضائية و سطح الأرض بنظامين للإحداثيات أحدهما  $(X', Y', Z')$  ونرمز له بالرمز  $S'$  ويمثل المركبة الفضائية  $S$  والآخر  $(X, Y, Z)$  ونرمز له بالرمز  $S$  ويمثل سطح الأرض أو مركبة فضائية أخرى ••••• وعلينا ان نوجد العلاقة بين احداثيات النظامين لنتمكن من تحويل العلاقات من أحد النظامين للآخر وبالتالي فهم كيف يَصِف أحدهما الظواهر التى تحدث عند الآخر وفيما يلى سنستنتج معادلات تحويل الاحداثيات النيوتونية بين نظامى الاحداثيات  $S', S$  كالآتى :



شكل ( ١ - ٥ )

نظامى إحداثيات  $S', S$  بينهما سرعة نسبية

خطية منتظمة

نفترض أن نقطتى الاصل  $O', O$  متطبقتان عند اللحظة  $t = 0$  أى عند بداية الزمن وكذلك المحاور الثلاثة كل منطبق على المحور الذى يُناظره علاوة على ذلك نفترض أن نظام

الاحداثيات  $S^0$  يتحرك ككل بسرعة منتظمة خطية  $u$  بالنسبة للنظام  $S$  ( أى انها نظامان من نظم القصور الذاتى وهى النظم التى تتحرك بالنسبة لبعضها بسرعة منتظمة خطية ) وبحيث يكون المركز  $O^0$  دائما على امتداد المحور  $X$  ويظل المستوى  $(Y^0-Z^0)$  موازيا للمستوى  $(Y-Z)$  .  
 وحيث انه عند اللحظة  $t = 0$  كانت نقطتا الاصل  $O, O^0$  منطبقتين إذن عند اللحظة  $t = t$  يكون لدينا وكما يتضح من الرسم العلاقات الآتية :

(11-a)

$$x = x' + u t$$

$$y = y'$$

$$z = z'$$

(11-b)

$$x' = x - u t$$

$$y' = y \quad \dots (1-11)$$

$$z' = z$$

وهذه المجموعة من المعادلات تسمى معادلات تحويل الاحداثيات النيوتونية والمجموعة (11-a) تُعطى إحداثيات النظام  $S$  بدلالة إحداثيات النظام  $S^0$  بينما المجموعة (11-b) تُعطى إحداثيات النظام  $S^0$  بدلالة إحداثيات النظام  $S$ .

وباجراء التفاضل بالنسبة للزمن لهذه المجموعة من المعادلات ( 1-11 ) نحصل على :

(11-c)

$$\frac{dx}{dt} = \frac{dx'}{dt} + u$$

$$\frac{dy}{dt} = \frac{dy'}{dt}$$

$$\frac{dz}{dt} = \frac{dz'}{dt}$$

(11-d)

$$\frac{dx'}{dt} = \frac{dx}{dt} - u$$

$$\frac{dy'}{dt} = \frac{dy}{dt}$$

$$\frac{dz'}{dt} = \frac{dz}{dt}$$

وهذه المجموعة من المعادلات هى ما يعرف بقانون إضافة السرعات لنيوتن والذي سبق الإشارة

إليه عند مناقشة تجربة ميكلسون وورلي في البند السابق . وبإجراء التفاضل مرة أخرى نحصل على :

$$\begin{array}{ccc}
 (11-e) & & (11-f) \\
 \frac{d^2x}{dt^2} = \frac{d^2x'}{dt^2} & \left| & \frac{d^2x'}{dt^2} = \frac{d^2x}{dt^2} \\
 \frac{d^2y}{dt^2} = \frac{d^2y'}{dt^2} & \left| & \frac{d^2y'}{dt^2} = \frac{d^2y}{dt^2} \\
 d^2z/dt^2 = d^2z'/dt^2 & \left| & d^2z'/dt^2 = d^2z/dt^2
 \end{array}$$

وهذه المجموعة الأخرى من المعادلات توضح أن عجلة الحركة تتصف بخاصية عدم التغير تبعاً لنسبية نيوتن .

## ب- أنظمة القصور الذاتي : Inertial Systems

نعلم من قانون نيوتن الأول أن الجسم يظل على حالته الميكانيكية من سكون أو حركة منتظمة في خط مستقيم ما لم يؤثر عليه مؤثر خارجي . وهذه الخاصية للجسم تسمى القصور الذاتي له . وقد دلت التجارب الميكانيكية على أن هناك أنظمة إحداثيات تتصف بأنه إذا تحرك جسم ما بداخلها حركة خطية منتظمة وأثرت عليه قوة خارجية بحيث تصبح تلك الحركة ذات عجلة تكون متناسبة طردياً مع تلك القوة التي أثرت عليه . مثل هذه الأنظمة تسمى أنظمة القصور الذاتي وعلى ذلك فجميع أنظمة القصور الذاتي يجب أن تكون متحركة بالنسبة لبعضها البعض بسرعة خطية منتظمة .

## ج- خاصية عدم التغير : Invariance Property

لذا كان لدينا معادلة رياضية على الصورة (1-12)  $F(x, y, z, t) = 0$  حيث  $F$  أى دالة في النظام  $S$  ويمكن تطبيق معادلات تحويل الإحداثيات عليها أن تنقل تلك الدالة إلى النظام  $S'$  على نفس الصورة : (1-13)  $F(x', y', z', t) = 0$

حينئذ يقال ان المعادلة (1-12) تتصف بخاصية عدم التغير • كما رأينا في مثال عجلة الحركة •

### Newtonian Relativity

### د - نسبية نيوتن :

تتميز قوانين نيوتن للحركة بخاصية عدم التغير في نظم القصور الذاتي ( انظر الامثلة المحولة ) وهذا معناه ان الحركة في نظم القصور الذاتي تتبع نفس القوانين وهذا معناه بالتالى ان الظواهر الميكانيكية المبنية على قوانين نيوتن الثلاثة للحركة ستكون متشابهة في جميع نظم القصور الذاتي •

هذه الخاصية لميكانيكا نيوتن بانها واحدة في نظم القصور الذاتي تعرف بنسبية نيوتن •

ويرتبط بهذه الخاصية ما يعرف بمبدأ نسبية نيوتن الذى ينص على انه :  
يتعذر بتجربة ميكانيكية ان نميز بين اى نظامين من نظم القصور الذاتي، لان كل هذه الانظمة متكافئة من حيث وصف الظواهر الميكانيكية مادامت القوانين المستخدمة في الوصف واحدة في هذه النظم •

ويلاحظ في نسبية نيوتن انه :

( ١ ) هناك تدريج واحد لقياس الزمن One-Time-Scale وبالتالى فالفترة الزمنية  $dt$  بين

اى لمطتين يكون لها نفس القيمة في اى من نظم القصور الذاتي •

( ٢ ) كتلة الجسم لا تتغير بتغير سرعته ولذا فقيمتها لنفس الجسم واحدة في جميع نظم القصور

الذاتى •





## أمثلة محلولة،

مثال ( ١ - ١ ) :

اشرح كيفية تفسير النتيجة السالبة لتجربة ميكلسون ومورلى على أساس اقتراف فيتزجيرالد بأن أحد ذراعى مقياس التداخل قد حدث له انكماش في الطول في اتجاه حركة الأرض .  
الحل :

في تجربة ميكلسون ومورلى افترضنا ان طول المسار  $NM_1$  يساوى طول المسار  $NM_2$  ورمزنا لطول كل من المسارين بالرمز  $L$  ولكننا فيما يلى سنفترض ان المسارين غير متساويين وسنرمز لطول احدهما  $L_{//}$  وهو طول المسار الموازى لاتجاه سرعة الأرض في الاثير وسنرمز لطول الثانى  $L_{\perp}$  ويمثل طول المسار العمودى على اتجاه سرعة الأرض في الاثير حينئذ يكون لدينا :

$$t_2 = \frac{2 L_{\perp}}{\sqrt{c^2 - u^2}} = \frac{2 L_{\perp}}{c \sqrt{1 - u^2/c^2}}$$

$$t_1 = \frac{2 c L_{//}}{c^2 - u^2} = \frac{2}{c} \frac{L_{//}}{1 - u^2/c^2}$$

$$\Delta t = \frac{2}{c} \left( \frac{L_{//}}{1 - u^2/c^2} - \frac{L_{\perp}}{\sqrt{1 - u^2/c^2}} \right)$$

... (1-14)

وحتى يصبح المقدار بين قوسين مساويا للصفر وذلك لجعل  $\Delta t = 0$  يجب أن نفرض أن طول الذراع في اتجاه حركة الأرض  $L_{//}$  ينكمش بالمعامل  $\sqrt{1 - u^2/c^2}$  ويدعى هذا

الانكماش 'انكماش فيتزجيرالد - لورنتز' - Fitzgerald-Lorentz Contraction

مثال (1-2)

googl

## الحل :

فانون نيوتن الثانى ينص على ان القوة الخارجية المؤثرة على الجسم تساوى معدل تغير كمية التحرك الخطى له .

$$\underline{F} = \frac{d\underline{P}}{dt} = \frac{d}{dt} (m\underline{v}) \quad \dots (1-15) \quad \text{اى ان}$$

ولنأخذ المركبة السبينة كمثال نجد

$$F_x = \frac{d}{dt}(mv_x) = \frac{d}{dt} \left( m \frac{dx}{dt} \right)$$

$$= m \frac{d^2x}{dt^2} \quad \dots (1-16)$$

وبتطبيق معادلات تحويل الاحداثيات النيوتونية على المعادلة رقم ( 1-16 ) وبإعادة ان

$$m = m', \quad t = t' \quad \text{في نسبية نيوتن نجد أن :}$$

$$F_x = m \frac{d^2x}{dt^2} = m' \frac{d^2}{dt'^2} (x' + ut')$$

$$= m' \frac{d}{dt'} \left( \frac{dx'}{dt'} + u \right)$$

$$= m' \frac{d^2x'}{dt'^2} = F_{x'} \quad \dots (1-17)$$

$$\therefore F_x = m \frac{d^2x}{dt^2} , \quad F_{x'} = m' \frac{d^2x'}{dt'^2} \quad \dots (1-18)$$

أى أن القوة في النظامين  $S, S'$  يعبر عنها بنفس الصورة الرياضية .  
ويمكن اثبات ذلك بالنسبة للمركبتين الآخرين .

وعليه فان قانون نيوتن الثانى يتميز بخاصية عدم التغير بتطبيق معادلات تحويلات الاحداثيات النيوتونية .

## الباب الثاني

مقدمة النظرية النسبية الخاصة  
"لاينشتاين"



## مقدمة النظرية النسبية الخاصة لأينشتاين

على الرغم من نجاح معادلات تحويل الاحداثيات النيوتونية في اثبات أن الظواهر الميكانيكية تتميز بخاصية عدم التغير فقد فشلت في تحقيق ذلك بالنسبة لقوانين ومعادلات النظرية الكهرومغناطيسية .

لذلك ظهرت الحاجة للتوصل الى معادلات تحويل للاحداثيات بصورة جديدة تحقق نقل قوانين الميكانيكا وايضا القوانين الكهربية والمغناطيسية بصورة تحقق خاصية عدم التغير بين نظم التصور الذاتي .

ولقد تأكدت الحاجة الى هذا النوع من معادلات التحول نتيجة العديد من الدراسات النظرية والتجريبية .

فمثلا ساهمت النتيجة السالبة لتجربة ميكلسون ومورلي في بناء النظرية النسبية الخاصة لأينشتاين ويتضح ذلك فيما يلي :

١ - أن فشل التجربة في اكتشاف أى تغيير في سرعة الضوء أوحى بأن سرعة الضوء واحدة في الفراغ ولا تتوقف على السرعة النسبية بين مصدر الضوء والمُشاهد .

٢ - أوضحت التجربة بعدم وجود نظام احداثيات مطلق مثبت في الفراغ تُنسب له الحركة كما كان التصور في نسبية نيوتن وبذلك استبعدت فرض وجود الاثير نفسه كوسط تنتقل فيه الموجات الكهرومغناطيسية .

وفي عام ١٩٠٥م قدم أينشتاين النظرية النسبية الخاصة مثبتة على القرضين الاساسيين التاليين :

- الفرض الأول :

سرعة الضوء « c » في الفراغ لها دائما نفس القيمة في جميع الانظمة . فهي ثابت عالمي Universal Constant بصرف النظر عن وجود حركة نسبية بين المُشاهد والمنبع الضوئي .

- الفرض الثاني :

أن جميع قوانين الطبيعة تأخذ نفس الشكل ولها نفس البائل الرياضى فى جميع أنظمة التصور الذاتى .

ومعنى ذلك انه ليس هناك اى تفضيل لحدث أى ظاهرة فيزيائية فى نظام احداثيات معين عنه فى نظام احداثيات آخر، فإذا قام مشاهد بتحويل ما يراه فى نظام الاحداثيات الذى هو فيه فى حالة سكون الى نظام احداثى آخر فانه يجب ان يصل الى مشاهدته مطابق لما يراه مشاهد آخر مستقر فى النظام الجديد مادامت السرعة النسبية بين هذين النظامين سرعة خطية منتظمة .

### تحويلات لورنتز - أينشتاين النسبية لزمكان

Lorentz-Einstein Relativistic Transformations of Co-ordinates:

على أساس الفرضين السابقين استنتج أينشتاين علاقات رياضية فى منتهى الاهمية وكان لها الفضل فى تفسير العديد من الظواهر الفيزيائية الحديثة وكان من غير الممكن تفسيرها بطرق اخرى تفسيرا صحيحا .

ولنبداً فى استنتاج هذه العلاقات الاساسية والتي تسمى تحويلات لورنتز - أينشتاين النسبية . وقبل الاستنتاج لهذه العلاقات سنذكر بعض الشروط العامة التى يجب أن تتوافر فى معادلات تحويل الاحداثيات وتلخص فيما يلى :

١ - يجب أن تكون معادلات خطية حتى تكون متجانسة وتحقق التقابل الفيزيائى بالنسبة للنظامين أى ان المعادلات التى تعبر عن احداثيات نظام S بدلالة نظام آخر S' يكون لها نفس الشكل الرياضى مثل المعادلات التى تعبر عن احداثيات النظام S° بدلالة النظام S .

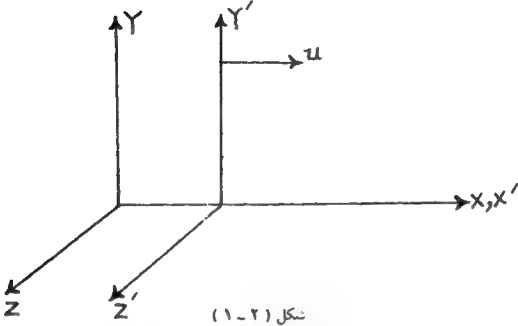
٢ - يجب أن تحول القيم المحددة فى نظام إلى قيم محددة اخرى وليست لانهائية فى النظام الآخر .

٣ - إذا أصبحت السرعة النسبية الخطية المنتظمة بين النظامين « تساوى صفراً فانها تعطى تناسبا تاما بين احداثيات النظامين بمعنى انه فى هذه الحالة يكون

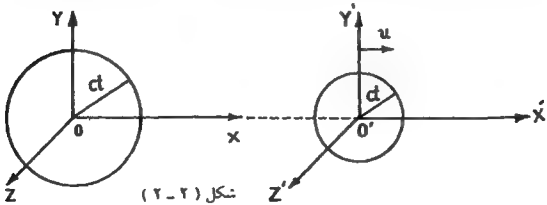
$$x = x', \quad y = y', \quad z = z', \quad t = t'$$

٤ - تظل سرعة الضوء c واحدة أى ثابتة فى معادلات التحويل بين النظامين .

استنتاج تحويلات لورنتز - أينشتاين النسبية للاحداثيات :-



النظامان  $S, S'$  يتحرك  $S'$  بالنسبة للنظام  $S$  بسرعة خطية منتظمة  $u$  موازية للمحورين  $OX, O'X'$   
 لنفترض ان هناك مشاهدين احدهما  $O$  في مجموعة احداثيات القصور  $S$  وهو مستقر عند نقطة الاصل لهذه المجموعة أما المشاهد الآخر  $O'$  فهو مستقر عند مركز مجموعة قصور ذاتي اخرى  $S'$  ولنفترض ان في يد كل منهما كشافا ضوئيا وأن النظام  $S'$  متحرك بالنسبة للنظام  $S$  بسرعة  $u$  خطية منتظمة وموازية للمحورين  $X, X'$  وأن المستوى  $(Y-Z)$  منطبق على المستوى  $(Y'-Z')$  ونفترض أيضا انه عند اللحظة  $t = t' = 0$  تكون نقطتا الاصل للنظامين منطبقتين وعند تلك اللحظة يُصدر كل من المشاهدين ومضة ضوئية من الكشاف الذي بيده .



بعد فترة زمنية  $t$  فإن النسبة للمشاهد  $O$  تكون الومضة الضوئية التي صدرت من الكشف الذي بيده أصبحت على هيئة كرة ضوئية ( تبعاً لنظرية هيجنز ) نصف قطرها  $ct$  كما يتضح من الرسم ( ٢ - ٢ ) ، والمعادلة الخاصة بها من وجهة نظر المشاهد  $O$  هي :

$$x^2 + y^2 + z^2 = (ct)^2 = c^2 t^2 \quad \dots (2-1)$$

أما بالنسبة للمشاهد  $O'$  فتكون الومضة الصادرة من الكشف الذي بيده قد صارت على هيئة

$$\text{كرة نصف قطرها } ct' \text{ ومعادلتها هي : } \dots (2-2) \quad x'^2 + y'^2 + z'^2 = (ct')^2 = c^2 t'^2$$

ونلاحظ من هاتين المعادلتين نقطتين مهمتين جداً تميزان النظرية النسبية الخاصة هما :

١ - ثبات سرعة الضوء  $c$

٢ - تميز كل نظام إحداثيات معين بفترات زمنية يختص بها أي أن :

ومن جهة أخرى فإن شرط المقابلة الفيزيائية يتطلب رياضياً ما يأتي :

$$\therefore x' = k (x - ut) \quad \dots (2-3)$$

وكذلك  $x = k' (x' + ut')$

$$\therefore x = k' (x' + ut') \quad \dots (2-4)$$

علامة على ذلك فإن شرط عدم التفضيل السابق ذكره يعني أن يكون هذان الثابتان متساويين

$$k = k' \quad \text{أى أن :}$$

وبما أن المستوى  $(y-z)$  منطبق دائماً على المستوى  $(y'-z')$  إذن يظل لدينا :

$$y = y', z = z' \quad \dots (2-5)$$

بالتعويض من ( 2-3 ) في ( 2-4 ) نجد أن :

$$x = k \left[ k (x - ut) + ut' \right]$$

وبإعادة ترتيب هذه المعادلة نحصل على :

$$t' = k \left[ t + \frac{x}{u} \left( \frac{1}{k^2} - 1 \right) \right] \quad \dots (2-6)$$

والآن بالتعويض في المعادلة ( 2-2 ) عن الإحداثيات  $x', y', z', t'$  باستخدام

العلاقات ( 2-6 ) ، ( 2-5 ) ، ( 2-4 ) يتج لدينا :



$$k^2 (x - ut)^2 + y^2 + z^2 = c^2 k^2 \left[ t + \frac{x}{u} \left( \frac{1}{k^2} - 1 \right) \right]^2 \quad \dots (2-7)$$

$$\therefore \left[ k^2 - \frac{k^2 c^2}{u^2} \left( \frac{1}{k^2} - 1 \right)^2 \right] \cdot x^2 + y^2 + z^2 - \left[ 2k^2 u + \frac{2k^2 c^2}{u} \left( \frac{1}{k^2} - 1 \right) \right] \cdot xt = \left[ k^2 c^2 - k^2 u^2 \right] \cdot t^2 \quad \dots (2-8)$$

وكما ذكرنا فإن هذه المعادلة تمثل صدر الموجة الضوئية الكروية كما يراه الملاحظ  $O'$  بعد تحويلها إلى النظام  $S$  وعلى ذلك يجب أن تُقابل تماماً المعادلة التي تصف صدر الموجة الكروية الضوئية التي يراها المشاهد  $O$  في نفس النظام  $S$  أي أن المعادلة (2-8) تُقابل تماماً المعادلة (2-1) :

$$x^2 + y^2 + z^2 = c^2 t^2 \quad \dots (2-1)$$

وعلى ذلك يجب رياضياً أن يتساوى معاملات كل من المتغيرات  $(x, y, z, t)$  في كلتا المعادلتين :

فلو اخترنا على سبيل المثال مساواة معامل  $t^2$  في المعادلتين لحصلنا على :

$$\begin{aligned} k^2 c^2 - k^2 u^2 &= c^2 \\ \therefore k &= \pm \sqrt{\frac{c^2}{c^2 - u^2}} \\ &= \pm \sqrt{\frac{1}{1 - \frac{u^2}{c^2}}} \\ \therefore k &= \pm \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}} \quad \dots (2-9) \end{aligned}$$

ولقد استُجِبت الإشارة السالبة لتحقيق شرط التشابه الرياضي بين نسبية أينشتاين ونسبية نيوتن الذي سبق ذكره عندما تكون السرعات « صغيرة جداً بالنسبة لسرعة الضوء « c » .  
 وبمعنى ذلك أن مجموعة المعادلات من (2-3) إلى (2-6) تصبح على الصورة الآتية :

$$\begin{aligned}x &= \frac{(x' + ut')}{\sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}} \\y &= y' \\z &= z' \\t &= \frac{(t' + ux'/c^2)}{\sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}}\end{aligned} \quad \dots (2-10)$$

وكذلك تصبح معادلات التحويل العكسية على الصورة الآتية :

$$\begin{aligned}x' &= \frac{(x - ut)}{\sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}} \\y' &= y \\z' &= z \\t' &= \frac{(t - ux/c^2)}{\sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}}\end{aligned} \quad \dots (2-11)$$

وهاتان المجموعتان (2-10) . (2-11) تعرفان عادة بتحويلات لورنتز-أينشتاين النسبية .

## أمثلة محلولة ،

مثال (2-1)

في المعادلة (2-8) اجر التعويض في العامل الخاص بالمد  $x^2$  عن  $k$  بما تساويه تبعاً للمعادلة (2-9) وبرهن على أن قيمة هذا العامل تساوى الواحد الصحيح .

الحل :

نرمز للعامل  $x^2$  بالرمز  $A$  وعليه فان :

$$A = k^2 - \frac{c^2 k^2}{u^2} \left( \frac{1}{k^2} - 1 \right)^2$$

$$\therefore k = \frac{1}{\sqrt{1 - u^2/c^2}}$$

$$\therefore A = \frac{1}{1 - u^2/c^2} - \frac{c^2}{u^2 (1 - u^2/c^2)}$$

$$= \left[ (1 - u^2/c^2) - 1 \right]$$

$$\therefore A = \frac{1}{1 - u^2/c^2} - \frac{c^2}{u^2} \left[ \frac{((1 - \frac{u^2}{c^2}) - 1)^2}{1 - u^2/c^2} \right]$$

$$= \frac{1}{(1 - u^2/c^2)} - \frac{u^2}{c^2} \cdot \frac{1}{(1 - u^2/c^2)} = 1$$

مثال (2-2) :

اثبت أنه بتطبيق معادلات تحويلات لورنتز- أينشتاين النسبية للاحداثيات على المعادلات الآتية يتبين انها تتميز بخاصية عدم التغير :

$$(a) \quad x^2 + y^2 + z^2 = c^2 t^2$$

$$(b) \quad dx^2 + dy^2 + dz^2 = c^2 dt^2$$

الحل :

أولا نطبق تحويلات لورنتز- أينشتاين النسبية على المعادلة الاولى فنحصل على :

$$x'^2 + y'^2 + z'^2 = c^2 t'^2 \quad \dots(2-12)$$

$$\therefore \left[ \frac{x' + ut'}{\sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}} \right]^2 + y'^2 + z'^2 = c^2 \left[ \frac{t' + \frac{ux'}{c^2}}{\sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}} \right]^2 \quad \dots(2-13)$$

بإعادة ترتيب المعادلة رقم ( ٢ ) نحصل على :

$$\frac{(1 - \frac{u^2}{c^2})}{(\sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}})^2} x'^2 + y'^2 + z'^2 = \frac{(1 - \frac{u^2}{c^2})}{(\sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}})^2} \cdot c^2 t'^2 \quad \dots(2-14)$$

$$\therefore x'^2 + y'^2 + z'^2 = c^2 t'^2 \quad \dots(2-15)$$

المعادلة رقم ( 2-15 ) لها نفس الشكل الرياضى للمعادلة رقم ( 2-12 ) وهكذا يتضح

ان المعادلة رقم ( ٢ ) تتميز بخاصية عدم التغير .

وبلاحظ ان المعادلة (a) يمكن ان تكتب على الصورة

$$x^2 + y^2 + z^2 - c^2 t^2 = 0$$

والمعادلة رقم (b) يمكن ان تكتب على الصورة

$$dx^2 + dy^2 + dz^2 - c^2 dt^2 = 0$$

.....(2-16)

ومنه يتضح ان

$$x^2 + y^2 + z^2 - c^2 t^2 = x'^2 + y'^2 + z'^2 - c^2 t'^2$$

وبالمثل نطبق تحويلات لورنتز-أينشتاين النسبية على المعادلة

$$dx^2 + dy^2 + dz^2 = c^2 dt^2 \quad \dots(2-17)$$

$$\therefore dx = d \left[ \frac{x' + ut'}{\sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}} \right] = \frac{dx' + u dt'}{\sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}} \quad \dots(2-18)$$

$$dy = dy' \quad , \quad dz = dz' \quad \dots(2-19)$$

$$dt = d \left[ \frac{t' + \frac{ux'}{c^2}}{\sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}} \right] = \frac{dt' + \frac{u}{c^2} dx'}{\sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}} \quad \dots(2-20)$$

بالتعويض من (٢) ، (٣) ، (٤) في المعادلة رقم (١) ينتج :

$$\left[ \frac{dx' + u dt'}{\sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}} \right]^2 + dy'^2 + dz'^2 = c^2 \left[ \frac{dt' + \frac{u}{c^2} dx'}{\sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}} \right]^2 \quad \dots(2-21)$$

وبإعادة ترتيب هذه المعادلة ينتج لدينا :

$$\frac{(1 - \frac{u^2}{c^2})}{\left[ \sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}} \right]^2} \cdot dx'^2 + dy'^2 + dz'^2 = \frac{(1 - \frac{u^2}{c^2})}{\left[ \sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}} \right]^2} \cdot c^2 dt'^2$$

$$\therefore dx'^2 + dy'^2 + dz'^2 = c^2 dt'^2 \quad \dots(2-22)$$

وبلاحظ ان المعادلة (2-22) لها نفس الشكل الرياضي للمعادلة (b) وهكذا يتضح ان المعادلة (b) تتميز بخاصية عدم التغير بتطبيق تحويلات لورنتز-أينشتاين النسبية للأحداثيات عليها وكما سبق يتضح صحة العلاقة الآتية :

$$dx^2 + dy^2 + dz^2 - c^2 dt^2 = dx'^2 + dy'^2 + dz'^2 - c^2 dt'^2$$



## الباب الثالث

تفسيرات لبعض الظواهر الفيزيائية على  
أساس تحويلات لورنتز-أينشتاين النسبية

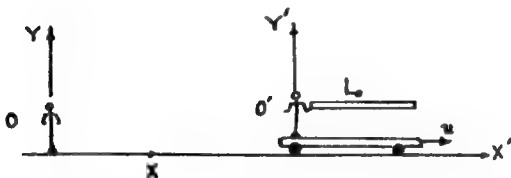




## تفسير بعض الظواهر الفيزيائية على أساس تحويلات لورنتز - أينشتاين النسبية

في هذا الباب سنقدم بعض التفسيرات لعدة ظواهر فيزيائية تنبئ العلماء بوجودها وارتباطها بتحويلات لورنتز - أينشتاين النسبية والتي وصلنا إليها في الباب السابق .  
من هذه الظواهر مايلي :

### ١- انكماش الطول : Length Contraction



شكل ( ١ - ٣ )

بالنسبة للمشاهد  $O'$  طول العصا هو  $L$  وبالنسبة للمشاهد  $O$  طول نفس العصا ( التي في يد المشاهد  $O'$  ) أقل من  $L_0$

لنفرض كما هو موضح بالرسم ان هناك مشاهدا  $O$  مستقراً في نظام الإحداثيات  $S$  ويرامه مساعد  $O'$  راكب عربة تسير في اتجاه المحور  $X$  بسرعة منتظمة خطية  $v$  فنعتبر ان العربة تمثل نظام الإحداثيات  $X'$  .

ولنفرض ان المشاهد  $O'$  يمسك بيده عصا  $AB$  طولها بالنسبة له في الاتجاه الموازي لمحور  $X'$  ( وهو نفسه مواز لاتجاه المحور  $X$  ) يساوي  $L_0$  وبما ان العصا لا تتحرك بالنسبة للملاحظ  $O'$  لذا فالطول  $L_0$  يمثل في الواقع الطول الحقيقي Proper Length للعصا بالنسبة له .

ولنطرح السؤال الأخرى :

هل المساعد O يحكم بأن طول هذه العصا بالنسبة له وليكن « $L$ » يساوى  $L_0$  يختلف عن الطول « $L_0$ » ؟

وللاجابة على هذا السؤال نبدأ بتعريف كل من :

$$L_0 = x_2 - x_1 \quad \dots(3-1)$$

$$L = x_2 - x_1 \quad \dots(3-2)$$

ولكن من تحويلات لورنتز-أينشتاين النسبية (2-10) نجد أن :

$$x_1 = \frac{x'_1 + u t'_1}{\sqrt{1 - u^2/c^2}}$$

$$x_2 = \frac{x'_2 + u t'_2}{\sqrt{1 - u^2/c^2}}$$

وحيث أن المساعد O استقبل الموضتين الضوئيتين من طرفي العصا في نفس اللحظة ليم عملية ميسية للطول  $L$  فإن ذلك معناه أن :

$$t_1 = t_2 \quad \dots(3-3)$$

حيث :

$t_1$  هي لحظة استقبال الملاحظ O للومضة الضوئية الصادرة من الطرف A للعصا .

$t_2$  هي لحظة استقبال الملاحظ O للومضة الضوئية الصادرة من الطرف B للعصا .

وبالمثل باعتبار أن :

$t'_1$  هي لحظة استقبال الملاحظ  $O'$  لنفس الومضة الصادرة من الطرف A للعصا .

$t'_2$  هي لحظة استقبال الملاحظ  $O'$  لنفس الومضة الصادرة من الطرف B للعصا .

ومن تحويلات لورنتز-أينشتاين النسبية معادلة (2-11) يتضح لنا أن :

$$t'_1 \neq t'_2 \quad \dots(3-4)$$

إذا رجعنا للمعادلة (3-2) لحساب الطول  $L$  الذى يقسه المساعد O نجد :

$$L = x_2 - x_1 = \frac{x'_2 + u t'_2}{\sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}} - \frac{x'_1 + u t'_1}{\sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}}$$

$$\begin{aligned}\therefore L &= \frac{1}{\sqrt{1 - u^2/c^2}} \left[ (x'_2 + u t'_2) - (x'_1 + u t'_1) \right] \\ &= \frac{1}{\sqrt{1 - u^2/c^2}} \left[ (x'_2 - x'_1) + u(t'_2 - t'_1) \right] \dots (3-5)\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}t_1 &= \frac{(t'_1 + u x'_1/c^2)}{\sqrt{1 - u^2/c^2}} && \text{ولكن :} \\ t_2 &= \frac{(t'_2 + u x'_2/c^2)}{\sqrt{1 - u^2/c^2}}\end{aligned}$$

$$\therefore t_1 = t_2$$

$$\therefore t'_1 + \frac{u x'_1}{c^2} = t'_2 + \frac{u x'_2}{c^2}$$

$$\therefore t'_2 - t'_1 = - \frac{u}{c^2} (x'_2 - x'_1) \dots (3-6)$$

وبالتعويض عن (3-6) في (3-5) نحصل على :

$$L = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}} \left[ (x'_2 - x'_1) - \frac{u^2}{c^2} (x'_2 - x'_1) \right]$$

$$\therefore L = \frac{(x'_2 - x'_1)}{\sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}} \left[ 1 - \frac{u^2}{c^2} \right]$$

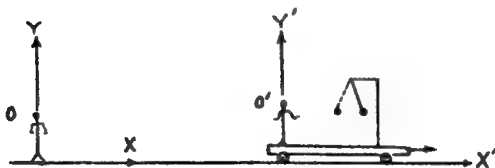
$$\therefore L = (x'_2 - x'_1) \cdot \sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}$$

$$\therefore L = L_0 \cdot \sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}} \quad \dots (3-7)$$

معامل لورنتز أى المقدار  $\sqrt{1 - u^2/c^2}$  دائما أقل من الواحد ، لأن  $u$  دائما أصغر من  $c$  تبعاً لإينشتاين . وهذا معناه أن الطول  $L$  دائما أصغر من الطول  $L_0$  لنفس الجسم كنتيجة للحركة النسبية بين الجسم والمُشاهد .

هذا فيما يختص بالأطوال في الاتجاه الموازى للحركة النسبية الخطية المنتظمة أما بالنسبة للاتجاهات الموازية لتلك المتعامدة عليها فإنه لا يحدث أى تغيير للأطوال نتيجة لهذه الحركة بين الجسم والمُشاهد . ( راجع المعادلات ( 2-11), ( 2-12) )

## ٢- استطالة الزمن : Time Dilation (or Time Dilatation)



شكل ( ٢-٣ )

الزمن البورى للبندول بالنسبة للمُشاهد  $O'$  هو  $T_0$  وبالنسبة للمُشاهد  $O$  الزمن الدورى لنفس البندول أطول من  $T_0$

لنفرض أن هناك مُشاهداً  $O$  مستقراً في نظام إحداثيات  $S$  ومُشاهداً آخر  $O'$  مستقراً في نظام آخر  $S'$  ولنُفرض أن السرعة النسبية بين  $S'$  و  $S$  ( وبالتالي بين  $O'$  و  $O$  ) هي سرعة خطية منتظمة موازية لكل من المحاورين  $X'$  و  $X$  ، وقدارها  $u$  .

ونفرض أن هناك حدثاً تم في النظام  $S'$  واستغرق فترة زمنية  $\Delta T_0$  كما رصده المُشاهد

$$\Delta T_0 = t'_2 - t'_1 \quad \dots(3-8)$$

مستخدما الساعة التي في يده فيكون و

حيث :

$t'_1$  هي لحظة بدء هذا الحدث •

$t'_2$  هي لحظة انتهاء هذا الحدث •

ولنفترض كذلك أن  $\Delta T$  هي الفترة الزمنية لنفس ذلك الحدث كما رصده في النظام S المساعد

بالساعة التي في يده فيكون :  $\Delta T = t_2 - t_1 \quad \dots(3-9)$

حيث :

$t_1$  هي لحظة بدء الحدث الذي تم في  $S'$  كما رصده O بساعته في S •

$t_2$  هي لحظة انتهاء نفس الحدث كما رصده O بساعته في S •

وباستخدام تحويلات لورنتز :

$$t_1 = \frac{t'_1 + \frac{ux'_1}{c^2}}{\sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}}$$

$$t_2 = \frac{t'_2 + \frac{ux'_2}{c^2}}{\sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}}$$

وعلى فرض ان الحدث قد تم في النظام  $S'$  في نفس المكان فيكون  $x'_1 = x'_2$  وعليه :

$$\Delta T = \frac{t'_2 - t'_1}{\sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}}$$

$$\Delta T = \frac{\Delta T_0}{\sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}} \quad \dots (3-10)$$

وبما أن  $\sqrt{1 - u^2/c^2}$  دائما أقل من الواحد .

•  $\Delta T_0$  تكون دائما أكبر من  $\Delta T$  .

أى أنه نتيجة للحركة النسبية بين الملاحظين  $O$  و  $O'$  تكون الفترة الزمنية التى يسجلها المشاهد المتحرك بالنسبة بالنسبة لحادث ما هي أطول ( أكبر ) من تلك التى يسجلها المشاهد الساكن المستقر بالنسبة لنفس الحادث .

ولقد اتضحت صحة هذه النتيجة الهامة من نتائج النظرية النسبية فى أمثلة كثيرة منها استطالة متوسط عمر الميزونات وبنية الدقائق الأولية غير المستقرة المتحركة بسرعات تقرب من سرعة الضوء كما نلاحظ فى الإشعاع الكونى ( Cosmic Radiation ) أو فى الإشعاعات الناتجة بالمعجلات النووية ( راجع مثال 2-3 ) .

النتيجة (3-10) وصلنا إليها على الفرض بأن الحادث فى  $S'$  تم فى نفس المكان عند نقطة

محددة ولذلك كانت  $x'_1 = x'_2$  .

أما إذا كان هذا الفرض غير موجود أى أن  $x'_1$  لا تساوى  $x'_2$  فالتا نحصل فى هذا الحالة على العلاقة العامة التالية :

$$\Delta T = t_2 - t_1 = \frac{t'_2 + \frac{ux'_2}{c^2}}{\sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}} - \frac{t'_1 + \frac{ux'_1}{c^2}}{\sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}}$$

$$\Delta T = \frac{t'_2 - t'_1}{\sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}} + \frac{\frac{u}{c^2} (x'_2 - x'_1)}{\sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}}$$

$$\Delta T = \frac{\Delta T_0}{\sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}} + \frac{\frac{u}{c^2} (x'_2 - x'_1)}{\sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}} \dots (3-11)$$

ويمكننا أن نتبين من هذه النتيجة ان « مفهوم في نفس اللحظة » "Simultaneity Concept" هو مفهوم نسبي وليس مفهوما مطلقا بمعنى أنه :

أ - اذا كانت  $\Delta T_0$  تساوى صفرا ،  $x'_1 = x'_2$  فان  $\Delta T$  تساوى صفرا أيضا .

ب - اذا كانت  $\Delta T_0$  تساوى صفرا ولكن  $x'_1 \neq x'_2$  فان  $\Delta T \neq 0$  لا تساوى صفرا .  
وهذا بالتالى معناه أن ما يتم لحظيا ( $\Delta T_0 = 0$ ) في مكانين مختلفين في نظام ما ليس بالضرورة أن يرصد على انه تم لحظيا في نظام آخر ( $\Delta T \neq 0$ ) مادام هناك حركة نسبية خطية منتظمة بين النظامين .

## ٣- تحويلات السرعات النسبية لأينشتاين :

### Einstein's Relativistic Transformations of Velocities

نفرض ان لدينا جسما يتحرك بسرعة  $V^x$  في النظام  $S^x$  وهي نفس سرعته كما يرصدها له مشاهد  $O'$  ساكن في هذا النظام .

ولنفرض أن  $V$  هي سرعة نفس هذا الجسم كما يرصدها مشاهد آخر ( $O$ ) مستقر في النظام الآخر «  $S$  » . حيث السرعة النسبية بين النظامين  $S$  ،  $S'$  هي كالمعتاد سرعة خطية منتظمة موازية للمحور  $X$  الذى يوازي بدوره المحور  $X'$  ومقدارها «  $u$  » .

$$V^x = \frac{1}{\gamma} V_x' + \frac{j}{\gamma} V_y' + \frac{k}{\gamma} V_z' \quad \dots (3-12)$$

$$V = \frac{1}{\gamma} V_x + \frac{j}{\gamma} V_y + \frac{k}{\gamma} V_z \quad \dots (3-13)$$

ولكن

$$V_x' = \frac{dx'}{dt'}, \quad V_y' = \frac{dy'}{dt'}, \quad V_z' = \frac{dz'}{dt'} \quad \dots (3-14)$$

$$V_x = \frac{dx}{dt}, \quad V_y = \frac{dy}{dt}, \quad V_z = \frac{dz}{dt} \quad \dots (3-15)$$

وبالاستفادة من تحويلات لورنتز وإجراء عملية التفاضل نحصل على :

$$v'_x = \frac{dx'}{dt'} = \frac{\frac{dx - u dt}{\sqrt{1 - u^2/c^2}}}{\frac{dt - \frac{u}{c^2} dx}{\sqrt{1 - u^2/c^2}}} = \frac{dx - u dt}{dt - \frac{u}{c^2} dx}$$

$$\therefore v'_x = \frac{\frac{dx}{dt} - u}{1 - \frac{u}{c^2} \frac{dx}{dt}} = \frac{v_x - u}{1 - \frac{u}{c^2} v_x} \quad \dots (3-16)$$

$$v'_y = \frac{dy'}{dt'} = \frac{dy}{dt - \frac{u}{c^2} dx} = \frac{dy \cdot \sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}}{dt - \frac{u}{c^2} dx}$$

$$\therefore v'_y = \frac{\frac{dy}{dt} \cdot \sqrt{1 - u^2/c^2}}{1 - \frac{u}{c^2} \frac{dx}{dt}} = \frac{v_y \cdot \sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}}{1 - \frac{u}{c^2} v_x} \quad \dots (3-17)$$

وبالمثل نحصل على :

$$\therefore v'_z = \frac{v_z \cdot \sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}}{1 - \frac{u}{c^2} v_x} \quad \dots (3-18)$$

وبلاحظ من المعادلتين (3-17) و (3-18) أنه على الرغم من أن الحركة النسبية بين النظامين  $S, S'$  سرعتها  $u$  موازية للمحورين  $X, X'$  إلا أنها تؤثر على مركبات السرعة الموازية للمحاور الأخرى المتعامدة على  $u$  .



وبالمثل نحصل على التحويلات العكسية الآتية :

$$V_x = \frac{V_{x'} + u}{1 + \frac{u}{c^2} V_{x'}} \quad \dots(3-19)$$

$$V_y = \frac{V_{y'} \sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}}{1 + \frac{u}{c^2} V_{x'}} \quad \dots(3-20)$$

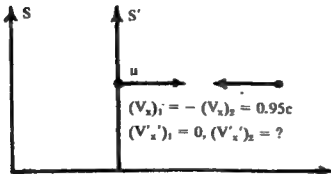
$$V_z = \frac{V_{z'} \sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}}{1 + \frac{u}{c^2} V_{x'}}$$

### أمثلة محلولة :

مثال : (3-1)

بروتون يتحرك بسرعة  $(V_x)_1 = 0.95c$  متجها نحو بروتون آخر متحرك بنفس السرعة في الاتجاه المضاد أي أن  $(V_x)_2 = -0.95c$  وذلك بالنسبة لمشاهد في النظام S فإذا فرضنا أن مشاهدا آخر يستطيع أن يكون مستقرا بالنسبة لاحد البروتونين وليكن ذلك في النظام S' فاحسب السرعة التي يقيسها للبروتون الآخر .

الحل :



نفرض أن البروتون الاول والمُشاهد مستقران في النظام  $S^0$  وهذا معناه أن النظام  $S^0$  يتحرك بالنسبة للنظام  $S$  بسرعة  $u = 0.95c$  في نفس اتجاه حركة البروتون الاول .

وعلى ذلك يكون لدينا مايلي :

في النظام  $S$

$$(V_x)_1 = 0.95c$$

( ١ ) بالنسبة للبروتون الاول

$$(V_x)_2 = -0.95c$$

( ٢ ) بالنسبة للبروتون الثاني

يبقى في النظام  $S^0$  يكون لدينا :

$$(V'_x)_1 = 0$$

بالنسبة للبروتون الاول

ولكن سرعة البروتون الثاني هي  $(V'_x)_2$  بالنسبة للمُشاهد في  $S^0$

فيكون :

$$(V'_x)_2 = \frac{(V_x)_2 - u}{1 - \frac{u}{c^2} (V_x)_2} = \frac{-0.95c - 0.95c}{1 - \frac{0.95c (-0.95c)}{c^2}} = 0.998c$$

مثال : (3-2)

في المثال السابق استبدل البروتون الثاني بفوتون لاشعاع جاما فأحسب سرعته بالنسبة للمُشاهد في النظام  $S^0$  المستقر مع البروتون الاول .

الحل :

فوتون اشعاع جاما يتحرك بسرعة الضوء أي أن  $(V_x)_2 = -c$  وتكون سرعته  $(V'_x)_2$  بالنسبة للمُشاهد في النظام  $S^0$  المستقر مع البروتون الأول هي :

$$(V'_x)_2 = \frac{-c - 0.95c}{1 - \frac{0.95c (-c)}{c^2}} = \frac{-1.95c}{1.95} = -c$$

بتطبيق قانون تحويلات السرعات لأينشتاين في هذا المثال يتضح ان اضافة سرعتين إحداهما تساوى سرعة الضوء يعطى الناتج سرعة تساوى سرعة الضوء .

مثال : ( 3 - 3 )

سفينة فضاء انطلقت من الأرض لتبدأ رحلتها الى أحد النجوم الذى يبعد عن الأرض مسافة قدرها ( 4 ) أربع سنوات ضوئية ( بمعنى ان الضوء القادم من هذا النجم يصل الى الأرض بعد اربع سنوات من لحظة انبعائه والسنة الضوئية هى المسافة التى يقطعها الضوء فى مدة سنة كاملة وتساوى ٦ مليون مليون ميل تقريبا ) .

فإذا فرض ان سرعة السفينة عندما تترك المجموعة الشمسية تساوى  $0.9c$  احسب المسافة التى يقيسها مشاهد فى السفينة على انها بعد هذا النجم .

الحل :

البعد ( الطول ) الظاهرى = ( البعد الطولى ) الحقيقى  $\times$  معامل لورنتز

$$\begin{aligned} L &= L_0 \sqrt{1 - u^2/c^2} \\ &= 4 \sqrt{1 - \frac{0.81c^2}{c^2}} = 1.76 \end{aligned}$$

سنة ضوئية .

مثال : ( 3 - 4 )

رجل يركب سيارة تتحرك بسرعة ٣٠ كم / ساعة واثناء حركة السيارة فذف الرجل كرة بسرعة ٣٠ كم / ساعة بالنسبة للسيارة وفى نفس اتجاه حركتها اوجد سرعة الكرة بالنسبة لسطح الأرض .

الحل :



نفرض ان سرعة الكرة بالنسبة للأرض ستكون  $v_x$  ونطبق القانون

$$v_x = \frac{v_{x'} + u}{1 + \frac{u}{c^2} v_{x'}}$$

حيث سرعة الضوء تساوى  $10.8 \times 10^8 \text{ Km/h}$

$$\begin{aligned}
 v_x &= \frac{30 + 30}{1 + \frac{30 \times 30}{(10.8 \times 10^8)^2}} = 60 \left[ 1 + \left( \frac{30}{10.8 \times 10^8} \right)^2 \right]^{-1} \\
 &= 60 \left[ 1 - \left( \frac{30}{10.8 \times 10^8} \right)^2 \right] \\
 &= 60 \left( 1 - \frac{30}{10.8 \times 10^8} \right) \cdot \left( 1 + \frac{30}{10.8 \times 10^8} \right)
 \end{aligned}$$

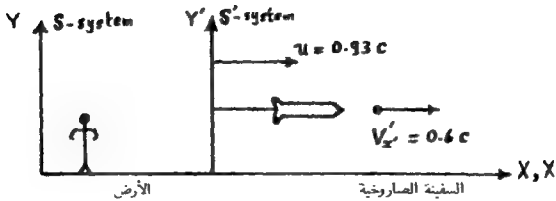
$$\begin{aligned}
 \therefore v_x &= 60(1 - 0.000000028) \cdot (1 + 0.000000028) \\
 &= 60 (0.999999972) \cdot (1.000000028) \\
 &= 60 (0.999999999) \\
 &= 59.99999999 \quad \text{Km/h}
 \end{aligned}$$

بلاحظ من هذا المثال انه عندما تكون السرعات صغيرة جدا بالنسبة لسرعة الضوء فان النتيجة التى حصلنا عليها للسرعة تقترب تماما من النتيجة الكلاسيكية التى نحصل عليها بتطبيق قانون اضافة السرعات العادى لنيوتن .

مثال : (3-5)

سفينة صاروخية متحركة بسرعة افتراضية قدرها  $0.93 c$  بالنسبة لمشاهد مستقر على سطح الأرض . فاذا فرض انه اطلق من السفينة بروتون بسرعة  $0.6 c$  بالنسبة للسفينة وفى نفس اتجاه حركتها .  
احسب سرعة هذا البروتون بالنسبة للمشاهد على الارض .

الحل :



بالمثل كما في المثال السابق نستخدم المعادلة :

$$V_x = \frac{V'_x + u}{1 + \frac{u}{c^2} V'_x}$$

حيث  $V_x$  هي سرعة البروتون بالنسبة للمُشاهد المستقر على سطح الأرض أي أن :

$$V_x = \frac{0.6c + 0.93c}{1 + \frac{0.6c \times 0.93c}{c^2}}$$

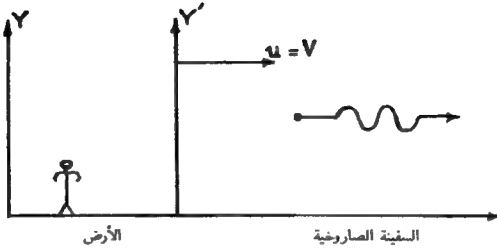
$$= \frac{1.53c}{1.558} = 0.982c$$

نلاحظ أن سرعة البروتون التي حصل عليها المُشاهد المستقر على سطح الأرض (0.982 c) تختلف بغير ملحوظ عن سرعة نفس البروتون (0.6 c) المقاسة بالنسبة للسفينة الصاروخية وسبب ذلك هو أن السرعات التي فرضت في هذا المثال تقرب من سرعة الضوء .  
علاوة على ذلك فإنه كما هو متوقع تبعاً لأسس النظرية النسبية فإن السرعة الناتجة لأي جسم دائماً أقل من سرعة الضوء .

مثال : (3-6)

انطلق فوتون بسرعة c « كالعتاد » من سفينة صاروخية متحركة بسرعة V وبفرض أن V, c لها نفس الاتجاه . احسب سرعة الفوتون بالنسبة لمُشاهد على الأرض ؟

الحل :



كما في المثالين السابقين نفرض ان سرعة الفوتون بالنسبة للمشاهد على الأرض تساوى  $V'_{X'}$  فيكون :-

$$V_X = \frac{V'_{X'} + u}{1 + \frac{u}{c} \frac{V'_{X'}}{c}} = \frac{c + V}{1 + \frac{cV}{c^2}}$$

$$= \frac{c + V}{\frac{c + V}{c}} = c$$

مثال : ( 7-3 )

مساعدان A & B السرعة النسبية بينها في اتجاه المحور السيني X وتساوى  $c = 2.1 \times 10^8$  عند اللحظة  $t = t' = 0$  صادف ان انطبق مركزا احداثيات احدهما على مركز احداثيات الآخر وعند تلك اللحظة شاهد الملاحظ A صاروخا مارا بنقطة الاصل في نظام احداثياته وشجعها بسرعة  $0.6c$  في اتجاه المحور السيني X .

حدد المسار لهذا الصاروخ بالنسبة لكل من الملاحظين A & B .

الحل :

بالنسبة للمشاهد A فان احداثيات الصاروخ بعد لحظة t هي :

$$x = (0.6 c) t , y = 0 , z = 0 .$$

اما بالنسبة للمشاهد B فاحداثيات الصاروخ هي  $x', y', z', t'$

حيث :

$$x' = \frac{x - ut}{\sqrt{1 - u^2/c^2}} = \frac{0.6ct - 0.7ct}{\sqrt{1 - (0.7)^2}} = -0.141 ct$$

$$y' = y = 0$$

$$z' = z = 0$$

$$t' = \frac{t - \frac{u x}{c^2}}{\sqrt{1 - u^2/c^2}} = \frac{t - (0.7 \times 0.6) t}{\sqrt{1 - 0.7 \times 0.7}} = 0.82 t$$

$$\therefore t = 1.2195 t' = 1.22 t'$$

$$, x' = -0.1719 ct' = -0.18 ct'$$

مثال : (3-8)

صاروخ يتحرك بسرعة منتظمة - قام مشاهد مستقر على سطح الارض برصد حركته فلاحظ ان الصاروخ يقطع مسافة مابين علامتين مثبتتين على الارض قدرها ٩٠ مترا في زمن قدره  $5 \times 10^{-7}$  من الثانية

احسب :

- المسافة بين العلامتين كما يرصدها شخص داخل الصاروخ .
- الفترة الزمنية اللازمة لقطع المسافة بين العلامتين كما يسجلها الشخص في الصاروخ بساعته .
- السرعة التي يقطع بها الصاروخ المسافة بين العلامتين .

الحل :

بما ان الشخص المستقر على سطح الارض رصد ان الصاروخ قطع المسافة بين علامتين وقدرها ٩٠ مترا خلال فترة زمنية قدرها  $5 \times 10^{-7}$  من الثانية فتكون سرعة الصاروخ هي :

$$u = \frac{90}{5 \times 10^{-7}} = 1.8 \times 10^8 \text{ m/s}$$

( أ ) المسافة بين علامتين تبدو للشخص داخل الصاروخ منكسرة وليكن قدرها L حيث :

$$\begin{aligned} L &= L_0 \sqrt{1 - u^2/c^2} = 90 \sqrt{1 - (1.8 \times 10^8)^2 / (3 \times 10^8)^2} \\ &= 90 \sqrt{0.64} = 90 \times 0.8 \\ &= 72 \text{ metres} \end{aligned}$$

( ب ) الفترة الزمنية التي يرصدها الشخص داخل الصاروخ ولكن  $T_0$  تمثل زمنا حقيقيا بالنسبة له (Proper Time) لانها قيست بساعة ساكنة بالنسبة له وهذه الفترة الزمنية تقابل الفترة المستطالة  $5 \times 10^{-7}$  من الثانية والتي رصدها المشاهد على الارض اى ان :

$$5 \times 10^{-7} = \frac{T_0}{\sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}} = \frac{T_0}{0.8}$$

$$\therefore T_0 = 5 \times 10^{-7} \times 0.8 = 4 \times 10^{-7} \text{ s.}$$

( ج ) السرعة التي قطع بها الصاروخ المسافة بين علامتين كما يرصدها الشخص داخل الصاروخ تساوى u حيث :

$$\frac{\text{المسافة بين علامتين كما قيست بالشخص داخل الصاروخ}}{\text{الفترة الزمنية التي قطعت فيها هذه المسافة بساعته}} = u$$



$$u = \frac{72}{4 \times 10^{-7}} = 1.8 \times 10^8 \text{ m/s.}$$

وبلاحظ ان قيمة هذه السرعة هي قيمة السرعة النسبية للصاروخ كما رصدها الملاحظ على الأرض •



النَّبَاُ السَّالِحُ

العلاقة بين كتلة الجسم وسرعته



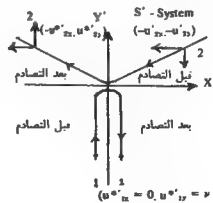
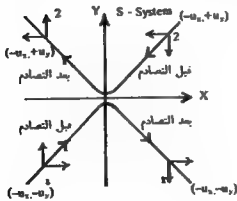
## العلاقة بين كتلة الجسم وسرعته

علمنا في نسبية نيوتن ان كتلة الجسم لا تتغير بسرعه، وان الكتلة في النظامين  $S$  و  $S'$  من نظم القصور الذاتى واحدة اى ان  $m = m'$  ولكن تبعا لنسبية أينشتاين فانه يجب علينا التعبير عن كتلة الجسم كدالة لسرعته ويعبر عن ذلك رياضيا بان  $m = m(v)$  حيث  $v$  سرعة الجسم، ومعنى ذلك ان الكتلة تتغير بتغير سرعة الجسم .

وتوجد طرق متعددة لاستنتاج العلاقة الخاصة باعتماد الكتلة على سرعة الجسم تبعا للنظرية الخاصة لأينشتاين وتتميز كل طريقة بمدخل خاص بها لكن جميعها تؤدي الى نفس النتيجة . وسنشرح احداها فيما يلي والبعض الآخر سنوضحه كاملة محاولة .

## تصادم جسيمين متساويين :

لايجاد العلاقة بين كتلة الجسم وسرعته سندرس تصادما مرنا تماما بين جسيمين متماثلين ومتساويين تماما ونفرض ان التصادم يتم في النظام  $S$  وان هذين الجسيمين يقتربان من بعضهما بسرعتين متساويتين في المقدار ومتضادتين في الاتجاه وعلى امتداد خط مستقيم واحد يمر بالمركز كما هو مبين في الشكل ( ٤ - ١ ) وانها يصلان عند المركز عند اللحظة  $t = 0$



التصادم كما يراه جاهد في النظام  $S'$  ( شكل ( ٤ - ١ ) التصادم كما يراه جاهد في النظام  $S$

وحيث ان التصادم مرّن غاما لذا فان الجسمين بعد لحظة التصادم يتعدان عن بعضهما مع تغير اتجاه كل منهما بحيث يتحركان بنفس السرعات السابقة على امتداد خط مستقيم آخر يمر ايضا بالمركز وتبعاً لثانون بقاء كمية التحرك الخطي يكون :

كمية التحرك الخطي قبل التصادم = كمية التحرك الخطي بعد التصادم.

وكذلك تبعاً لثانون بقاء الطاقة يكون :

الطاقة الكلية قبل التصادم = الطاقة الكلية بعد التصادم.

لنختار المحورين السيني والصادي  $X, Y$  في النظام  $S$  بحيث يكون اتجاه السقوط والارتداد بعد التصادم في وضع متماثل بالنسبة للمحورين كما هو مبين بالشكل (1-11).

وسندرس هذا النظام من وجهة نظر مساهد آخر مثبت في نظام  $S'$  يتحرك بالنسبة للنظام  $S$  على امتداد المحور  $X'$  الموازي للمحور  $X$  بسرعة نسبية مساوية للمركبة  $u$  لسرعة اى من الجسمين المتصادمين في النظام  $S$  وفي الشكل (1-14) وضحتا مركبات سرعة الجسمين المتصادمين قبل وبعد التصادم كما يشاهدنا الملاحظ في النظام بتطبيق معادلات تحويلات السرعات لاينشتاين (20-16-3)، يمكننا فيما يلي ان نحدد قيم هذه المركبات كل يعينها المساهد في النظام  $S'$  وستكون حينئذ كما يلي :

**أولاً، قبل التصادم،**

بالنسبة للجسم الاول :

$$u'_{2x} = \frac{-u_x - u_x}{1 + \frac{u_x^2}{c^2}} = \frac{-2u_x}{1 + u_x^2/c^2}$$

$$u'_{2y} = \frac{-u_y \sqrt{1 - u_x^2/c^2}}{1 + u_x^2/c^2}$$

$$u'_{1x} = \frac{u_x - u_x}{1 - u_x^2/c^2} = 0$$

$$u'_{1y} = \frac{u_y \sqrt{1 - u_x^2/c^2}}{(1 - u_x^2/c^2)}$$

$$= \frac{u_y}{\sqrt{1 - u_x^2/c^2}} = v$$

ثانياً: بعد التصادم:

$$u'^*_{2x} = \frac{-u_x - u_x}{1 + u^2/c^2} = \frac{-2u_x}{(1 + u_x^2/c^2)}$$

$$u'^*_{2y} = \frac{+u_y \sqrt{1 - u_x^2/c^2}}{(1 + u_x^2/c^2)}$$

$$u'^*_{1x} = \frac{u_x - u_x}{1 - u_x^2/c^2} = 0$$

$$u'^*_{1y} = \frac{-u_y \sqrt{1 - u_x^2/c^2}}{1 - u_x^2/c^2}$$

$$= \frac{-u_y}{\sqrt{1 - u_x^2/c^2}} = -v$$

اذن مربع سرعة الجسم الاول قبل التصادم :

$$(u'_1)^2 = (u'_{1x})^2 + (u'_{1y})^2 = 0 + \frac{u_y^2}{(1 - u_x^2/c^2)}$$

اذن سرعة الجسم الاول قبل التصادم :

$$u_1' = \frac{u_y}{\sqrt{1 - u_x^2/c^2}} \quad \dots(4-1)$$

$m(u_1')$  اذن كتلة الجسم الاول كدالة لهذه السرعة نكتب على الصورة

وبالمثل : مربع سرعة الجسم الثانى قبل التصادم :

$$\begin{aligned} (u_2')^2 &= (u_{2x}')^2 + (u_{2y}')^2 = \\ &= \frac{4 u_x^2}{(1 + u_x^2/c^2)^2} + \frac{u_y^2 (1 - u_x^2/c^2)}{(1 + u_x^2/c^2)^3} \\ &= \frac{4 u_x^2 + u_y^2 (1 - u_x^2/c^2)}{(1 + \frac{u_x^2}{c^2})^2} \end{aligned}$$

اذن سرعة الجسم الثانى قبل التصادم :

$$u_2' = \frac{\sqrt{4 u_x^2 + u_y^2 (1 - u_x^2/c^2)}}{(1 + \frac{u_x^2}{c^2})} \quad \dots(4-2)$$

$m(u_2')$  اذن كتلة الجسم الثانى كدالة لهذه السرعة ستكون :

مربع سرعة الجسم الاول بعد التصادم :

$$(u_{1x}'')^2 = (u_{1x}')^2 + (u_{1y}')^2$$



$$\therefore (u_1^*)^2 = 0 + \frac{u_y^2}{(1 - u_x^2/c^2)}$$

اذن سرعة الجسيم الاول بعد التصادم :-

$$u_1^* = \frac{u_y}{\sqrt{1 - u_x^2/c^2}} \quad \dots (4-3)$$

وتكون كتلة الجسيم الاول كدالة لهذه السرعة هي

$$u_1^* = u_1^* \quad \dots (4-4) \quad \text{وبما أن}$$

$$m(u_1^*) = m(u_1^*) \quad \dots (4-5) \quad \text{اذن}$$

وبالمثل مربع سرعة الجسيم الثانى بعد التصادم :-

$$(u_2^*)^2 = (u_{2x}^*)^2 + (u_{2y}^*)^2$$

$$\begin{aligned} \therefore (u_2^*)^2 &= \frac{4 u_x^2}{(1 + u_x^2/c^2)^2} + \frac{u_y^2 (1 - u_x^2/c^2)}{(1 + u_x^2/c^2)^2} \\ &= \frac{4 u_x^2 + u_y^2 (1 - u_x^2/c^2)}{(1 + u_x^2/c^2)^2} \end{aligned}$$

اذن سرعة الجسيم الثانى بعد التصادم :-

$$u_2^* = \frac{\sqrt{4 u_x^2 + u_y^2 (1 - u_x^2/c^2)}}{(1 + u_x^2/c^2)} \quad \dots (4-6)$$

وتكون كتلة الجسيم الثانى كدالة لهذه السرعة هي

$$m(u_2^*)$$

$$u_2^{*'} = u_2' \quad \dots (4-7) \quad \text{وبما ان}$$

$$m(u_2^{*'}) = m(u_2') \quad \dots (4-8) \quad \text{اذن}$$

وبحساب المركبة السينية  $P_x^i$  لكمية التحرك الخطى الكلية للجسيمين قبل التصادم نحصل على :

$$P_x^i = m(u_1^i) \cdot u_{1x}^i + m(u_2^i) \cdot u_{2x}^i \quad \dots (4-9)$$

وبالمثل المركبة السينية  $P_x^{*'}$  لكمية التحرك الخطى الكلية للجسيمين بعد التصادم تكون :

$$P_x^{*'} = m(u_1^{*'}) \cdot u_{1x}^{*'} + m(u_2^{*'}) \cdot u_{2x}^{*'} \quad \dots (4-10)$$

وبالتعويض من المعادلات السابقة عن المركبات السينية الأربع للسرعات نحصل على :

$$P_x^i = 0 = m(u_2^i) \cdot \frac{2 u_x}{1 + u_x^2/c^2} \quad \dots (4-11)$$

$$P_x^{*'} = 0 = m(u_2^{*'}) \cdot \frac{2 u_x}{1 + u_x^2/c^2} \quad \dots (4-12)$$

$$m(u_2^i) = m(u_2^{*'}) \quad \text{وبما ان}$$

اذن قانون بقاء كمية التحرك الخطى في الاتجاه السيني يتحقق :

وبالمثل بحساب المركبة الصادية  $P_y^i$  لكمية التحرك الخطى الكلية للجسيمين قبل التصادم نحصل على :

$$P_y^i = m(u_1^i) \cdot u_{1y}^i + m(u_2^i) \cdot u_{2y}^i \quad \dots (4-13)$$

وكذلك بحساب المركبة الصادية  $P_y^{*'}$  لكمية التحرك الخطى الكلية للجسيمين بعد التصادم نحصل على :

$$P_y^{*'} = m(u_1^{*'}) \cdot u_{1y}^{*'} + m(u_2^{*'}) \cdot u_{2y}^{*'} \quad \dots (4-14)$$

وبالتعويض من المعادلات السابقة عن المركبات الصادية الأرمج نحصل على :

$$p_y' = m(u_1') \cdot \frac{u_y}{\sqrt{1 - u_x^2/c^2}} - m(u_2') \cdot \frac{u_y \sqrt{1 - u_x^2/c^2}}{(1 + u_x^2/c^2)} \quad (4-15)$$

$$p_y^{*'} = -m(u_1^{*'}) \cdot \frac{u_y}{\sqrt{1 - u_x^2/c^2}} + m(u_2^{*'}) \cdot \frac{u_y \sqrt{1 - u_x^2/c^2}}{(1 + u_x^2/c^2)} \quad (4-16)$$

$$m(u_1') = m(u_1^{*'}) \quad \text{وحيث ان}$$

$$m(u_2') = m(u_2^{*'})$$

من المعادلتين (4-5) , (4-8)

$$p_y' = m(u_1') \cdot \frac{u_y}{\sqrt{1 - u_x^2/c^2}} - m(u_2') \cdot \frac{u_y \sqrt{1 - u_x^2/c^2}}{(1 + u_x^2/c^2)} \quad \dots (4-17)$$

$$p_y^{*'} = -m(u_1^{*'}) \cdot \frac{u_y}{\sqrt{1 - u_x^2/c^2}} + m(u_2^{*'}) \cdot \frac{u_y \sqrt{1 - u_x^2/c^2}}{(1 + u_x^2/c^2)} \quad \dots (4-18)$$

من المعادلتين الأخيرتين (4-17),(4-18) نجد ان صحة قانون بقاء كمية التحرك الخطى بالنسبة للمركبة الصادية والتي تتطلب ان يكون  $p_y' = p_y^{*'}$  تتحقق فقط اذا كان كل من  $p_y'$  ,  $p_y^{*'}$  مساويا للصفر وذلك لان حدود المعادلتين (4-17),(4-18) متساويتان تماما في المقدار ويختلفان فقط في الاشارة . وعلى ذلك بمساواة المركبة الصادية قبل التصادم مثلا بالصفر نحصل على :

$$m(u_1') \frac{u_y}{\sqrt{1 - u_x^2/c^2}} - m(u_2') \frac{u_y \sqrt{1 - u_x^2/c^2}}{(1 + u_x^2/c^2)} = 0$$

$$\therefore m(u_1') = m(u_2') \frac{1 - u_x^2/c^2}{1 + u_x^2/c^2} \quad \dots (4-19)$$

وحيث ان العلاقة الأخيرة خالية من  $u_y$  فهي اذن صحيحة بصرف النظر عن قيمة تلك المركبة ولذلك لتسهيل التحليل الرياضي يمكننا إختيار الحالة التي يكون فيها  $u_y = 0$  وعندئذ يكون  $u_1' = 0$  أيضا تبعا للمعادلة (4-3) ويكون:

$$u_2' = \frac{2 u_x}{(1 + u_x^2/c^2)} \quad \dots (4-20)$$

من المعادلة الأخيرة يمكن ان نصل ( انظر مثال رقم G-5 ) الى العلاقة الآتية :

$$\frac{(1 - u_x^2/c^2)}{(1 + u_x^2/c^2)} = \sqrt{1 - \frac{(u_2')^2}{c^2}} \quad \dots (4-21)$$

بالتعويض من المعادلة (4-21) في المعادلة (4-19) نجد ان

$$m(0) = m(u_2') \sqrt{1 - (u_2')^2/c^2}$$

$$m(u_2') = \frac{m(0)}{\sqrt{1 - \frac{(u_2')^2}{c^2}}} \quad \dots (4-22)$$

الكتلة  $m(0)$  تمثل كتلة الجسم عندما تكون سرعته تساوى صفرا ولذا تسمى الكتلة الساكنة للجسم Rest Mass ويرمز لها بالرمز  $m_0$  وفيتمتها واحدة للجسم الواحد فهي مميزة له ولا تعتمد على اى مقدار يتعلق باى نظام احداثى، بينما  $m(u)$  تسمى الكتلة النسبية لنفس الجسم

Relativistic Mass للاختصار نكتفى بان نرمز لها بالرمز  $m$  فقط .

الملاحظة الأخيرة (4-22) تعنى انه اذا تحرك اى جسم كتلته الساكنة  $m_0$  بسرعة  $v$  بالنسبة للملاحظ ما فان كتلة الجسم بالنسبة لهذا الملاحظ تساوى  $m$  حيث :

$$m = \frac{m_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \quad \dots (4-23)$$

وبلاحظ من هذه العلاقة ان كتلة الجسم  $m = m_0$  عندما تكون سرعة الجسم تساوى صفرا  
وبلاحظ ايضا ان كتلة الجسم  $m$  تزداد كلما زادت سرعة حركته فاذا فرضنا ان السرعة وصلت او  
اقتربت من سرعة الضوء فان الكتلة تصل او تقترب من مالا نهاية .

### معادلات تحويل الكتلة النسبية من نظام إلى آخر من نظم القصور :

راينا ان المعادلة (4-23) تعطى مايسمى بالكتلة النسبية  $m$  لجسم يتحرك بسرعة  $v$  بالنسبة  
لمساهد موجود في نفس النظام  $S$  الذى فيه الجسم،والآن نحاول الاجابة على السؤال التالى :  
ماهى الكتلة النسبية  $m'$  لنفس الجسم كما يراها مشاهد آخر مستقر في نظام  $S'$  يتحرك بالنسبة  
لنظام  $S$  بسرعة نسبية  $u$  ؟

للإجابة عن هذا السؤال نبدأ بالمعادلتين التاليتين :

$$m = \frac{m_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \quad , \quad m' = \frac{m_0}{\sqrt{1 - \frac{v'^2}{c^2}}}$$

$$\frac{m'}{m} = \frac{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}{\sqrt{1 - \frac{v'^2}{c^2}}} \quad \text{وبالقسمه ينتج :}$$

ومن العلاقة،

$$(1 - v^2/c^2) = \frac{(1 - v^2/c^2)(1 - u^2/c^2)}{(1 - uv_x/c^2)}$$

راجع المال المحلول ينتج ان

$$\frac{(1 - v^2/c^2)}{(1 - v^2/c^2)} = \frac{(1 - uv_x/c^2)^2}{(1 - u^2/c^2)}$$

$$\therefore \frac{m'}{m} = \frac{(1 - uv_x/c^2)}{\sqrt{1 - u^2/c^2}} \quad \dots (4-24)$$

وهذه هي معادلة التحويل التي أردنا إيجادها .

وعندما تكون  $u=0$  نحصل على النتيجة الفيزيائية المتوقعة وهي ان  $m = m'$

ويجب مراعاة انه اذا كانت  $m^0$  هي الملوحة ويراد إيجاد  $m$  علينا ان نبدأ بالعلاقة التالية:

$$(1 - \frac{v^2}{c^2}) = \frac{(1 - v^2/c^2)(1 - u^2/c^2)}{(1 + uv_x/c^2)} \quad \dots (4-25)$$

$$\therefore \frac{(1 - v^2/c^2)}{(1 - v^2/c^2)} = \frac{(1 + uv_x/c^2)^2}{(1 - u^2/c^2)}$$

$$\therefore \frac{m}{m'} = \frac{(1 + uv_x/c^2)}{\sqrt{1 - u^2/c^2}}$$

$$\therefore m = m^0 \frac{(1 + uv_x^0/c^2)}{\sqrt{1 - u^2/c^2}} \quad \dots(4-26)$$

### معادلات التحويل لكمية التحرك الخطي :

كمية التحرك الخطي  $P$  لجسيم كتلته النسبية  $m$  يتحرك بسرعة  $v$  بالنسبة لمشاهد مستقر في نفس النظام تعطى بالعلاقة :

$$\vec{p} = m \vec{v} = \frac{m_0 \vec{v}}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} \quad \dots(4-27)$$

$$p_x = m v_x = \frac{m_0 v_x}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} \quad \text{أى أن}$$

$$p_y = m v_y = \frac{m_0 v_y}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}$$

$$p_z = m v_z = \frac{m_0 v_z}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}$$

وتحويل هذه المركبات من النظام  $S$  إلى النظام  $S^1$  الذى يتحرك بالنسبة للنظام  $S$  بسرعة نسبية  $u$  نستخدم علاقات التحويل الخاصة بكل من مركبات السرعة (3-18) والكتلة النسبية (4-23) . (4-26) كما يلي :

$$p_x = m v_x = \frac{m^0(1 + uv_x^0/c^2)}{\sqrt{1 - u^2/c^2}} \cdot \frac{v_x^0 + u}{(1 + uv_x^0/c^2)}$$

$$\therefore p_x = \frac{m' v'_x + m' u}{\sqrt{1 - u^2/c^2}}$$

$$\therefore p_x = \frac{p'_x + u m'}{\sqrt{1 - u^2/c^2}} \quad \dots (4-28)$$

وكذلك

$$p_y = m v_y = \frac{m'(1 + uv'_x/c^2)}{\sqrt{1 - u^2/c^2}} \cdot \frac{v'_y \sqrt{1 - u^2/c^2}}{(1 + uv'_x/c^2)} = m' v'_y$$

$$\therefore p_y = p'_y \quad \dots (4-28)$$

$$p_z = p'_z \quad \dots (4-28) \quad \text{وبالمثل نجد ان}$$

ومعادلات التحويل العكسية لكمية التحرك الخطي نحصل عليها من المعادلات (4-28) باستبدال السرعة النسبية  $u$  بالسرعة  $-u$  وهذا يعطى المعادلات الآتية :

$$p'_x = \frac{p_x - um}{\sqrt{1 - u^2/c^2}} \quad \dots (4-29)$$

$$p'_y = p_y \quad \dots (4-29)$$

$$p'_z = p_z \quad \dots (4-29)$$

### القوة في ميكانيكا أينشتاين النسبية :

بالمثل كما في نسبة نيوتن تعرف القوة في نسبة أينشتاين بأنها معدل تغير كمية التحرك الخطي وعلى



ذلك فان :

$$\vec{F} = \frac{d\vec{p}}{dt} = \frac{d}{dt} (m\vec{v}) = \frac{d}{dt} \left[ \frac{m_0 \cdot \vec{v}}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} \right]$$

$$\therefore \vec{F} = \frac{m_0}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} \cdot \vec{\tau} + \frac{m_0 (\vec{v} \cdot \vec{\tau}) / c^2}{\left[ \sqrt{1 - v^2/c^2} \right]^3} \vec{v} \dots (4-30)$$

المعادلة الأخيرة توضح ان قيمة القوة هي محصلة متجهين احدهما يوازي العجلة  $\vec{v}$  والآخر يوازي السرعة  $\vec{v}$ .

ويلاحظ ان متجه القوة يوازي متجه العجلة  $\vec{v}$  في الحالتين الآتيتين :

( ١ ) عندما يكون متجه العجلة  $\vec{v}$  عموديا على متجه السرعة  $\vec{v}$  ففي هذه الحالة يكون  $(\vec{v} \cdot \vec{v}) = 0$  وهذا يعطى :

$$\vec{F} = \frac{m_0}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} \vec{\tau} \dots (4-31)$$

( ٢ ) عندما تكون العجلة  $\vec{v}$  توازي متجه السرعة  $\vec{v}$  سواء في نفس الاتجاه او في اتجاهين متضادين ففي هذه الحالة يكون  $m_0 (\vec{v} \cdot \vec{v}) \vec{v} = m_0 v^2 \vec{v}$

وياخذ المنداد  $\frac{m_0}{(1 - \frac{v^2}{c^2})^{\frac{3}{2}}}$  مشتركا بين الحدين الاول والثاني في المعادلة نحصل على :

نحصل على : (4-30)

$$\vec{F} = \frac{m_0}{\left[ 1 - \frac{v^2}{c^2} \right]^{3/2}} \cdot \left[ \left( 1 - \frac{v^2}{c^2} \right) + \frac{v^2}{c^2} \right] \vec{\tau}$$

$$\vec{F} = \frac{m_0}{\left[1 - \frac{v^2}{c^2}\right]^{3/2}} \vec{v} \quad \dots (4-32)$$

في المعادلة (4-30) الممدار  $\frac{m_0}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}$  يسمى الكتلة المستعرضة للجسم  
transverse mass

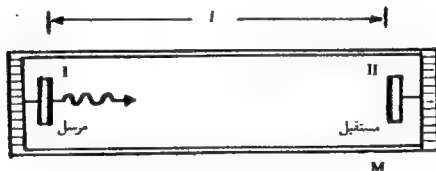
والممدار  $m_0/(1 - \frac{v^2}{c^2})^{3/2}$  في المعادلة (4-32) يسمى الكتلة الطولية للجسم  
longitudinal mass

#### Mass-Energy Equivalence

#### تكافؤ الطاقة والكتلة

في عام ١٨٩٤ • أثبت العالم ليديف Lebedev ان اى طاقة إساعية كهرومغناطيسية مدنها E تحمل معها في اتجاه انتشارها كمية تحرك خطى  $\vec{p}$  مقدارها  $E/c$  وهذه النتيجة الفيزيائية الاساسية أدت بالعالم أينشتاين الى تصور تجربة افترضية أدت به الى اكتشاف التكافؤ بين الطاقة والكتلة، وببت بالتجربة العملية فيما بعد حقيقة هذا التكافؤ وبالتالي كان له تطبيقات عديدة سنسرد بعضها فيما بعد •

تصور أينشتاين وجود مرسل ومستقبل للانبعاثات الكهرومغناطيسية مثبتين تماما داخل صندوق مفلق باحكام كما هو موضح بالشكل أدناه :-



الصندوق معزول تماما عن اى مؤثرات خارجية • ونفرض ان كتلة الصندوق الكلية بما فيه تساوى M وان المسافة بين المرسل والمستقبل L لنفرض ان وحدة إساعية كهرومغناطيسية انبعثت

من المرسل طاقته  $E$  في اتجاه المستقبل .

معنى ذلك انه بعد فترة زمنية  $t = \frac{L}{c}$  تصل تلك الومضة الى المستقبل الذى يمتصها تماما .  
 وحيث ان الومضة تحمل معها كمية تحرك  $p = \frac{E}{c}$  في اتجاه المستقبل فالفرض ان يرتد الصندوق  
 بأكمله في الاتجاه المضاد مسافة ولتكن  $x$  .

وتكون كمية التحرك الخطى المقابلة لهذا الارتداد تساوى  $\frac{E}{c}$  . وهذا بالتالى معناه تحرك مركز  
 الثقل لهذا الصندوق في اتجاه الارتداد .

وبما ان الصندوق معزول تماما عن اى مؤثرات خارجية فلذا فهذه الازاحة  $x$  لن تحدث ولتفسير  
 ذلك نصوراً بنشتاين ان الومضة الاسعائية  $F$  عند انبعاثها تحمل معها كتلة  $m$  بحيث يكون تحركها  
 الخطى تجاه المستقبل تساوى وتضاد كمية التحرك الخطى للصندوق بأكمله في اتجاه الارتداد اى ان :

$$p = M \cdot \frac{x}{t} = m \cdot \frac{L}{t} = \frac{E}{c}$$

لان الكتلة الاسعائية  $m$  تنطلق بسرعة الضوء  $c$  .

$$\therefore m \frac{L}{t} = \frac{E}{c}$$

$$\therefore m \frac{c \cdot t}{t} = \frac{E}{c}$$

$$\therefore mc^2 = E \quad \dots \quad (4-33)$$

$$\Delta mc^2 = \Delta E \quad \dots \quad (4-34)$$

المعادلة (4-33) توضح انه اذا كان لدينا كتلة  $m$  فانها تكافئ قدرا من الطاقة  $E$  يساوى حاصل  
 ضرب الكتلة  $\times$  مربع سرعة الضوء .

### طاقة الحركة النسبية : Relativistic Kinetic Energy

من التعريف العام لطاقة الحركة وبفرض ان الدقيقة بدأت حركتها من السكون

$$T = \int_0^S \vec{F} \cdot d\vec{s} = \int_0^t \frac{d}{dt} (mv) v dt = \int_0^v v \cdot d(mv)$$

تكامل بالتجزىء فنحصل على :

$$\begin{aligned}
 T &= \left[ m v^2 \right] - \int_0^v m v \, dv = m v^2 - \int_0^v \frac{m_0 v \, dv}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \\
 &= m v^2 - \int_0^v \frac{(-\frac{1}{2} m_0 c^2) \cdot (-\frac{2v}{c^2} \, dv)}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \\
 &= m v^2 + \frac{1}{2} m_0 c^2 \int_0^v \frac{(-\frac{2v}{c^2} \, dv)}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}
 \end{aligned}$$

وبما ان البسط يمثل تفاضل ماتحت الجذر فان التكامل يعطى ضعف الجذر اى أن :-

$$\begin{aligned}
 T &= m v^2 + \frac{1}{2} m_0 c^2 \left[ 2 \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} \right]_0^v \\
 &= m v^2 + m_0 c^2 \left[ \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} - 1 \right] \\
 &= \frac{m_0 v^2}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} + m_0 c^2 \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} - m_0 c^2
 \end{aligned}$$

$$= \frac{m_0 v^2 + m_0 c^2 \left(1 - \frac{v^2}{c^2}\right)}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} - m_0 c^2$$

$$\therefore T = m_0 c^2 \left[ \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} - 1 \right] \quad \dots (4-35)$$

المعادلة الأخيرة تمثل التعبير الرياضي عن طاقة الحركة النسبية في النظرية النسبية لأينشتاين .  
والمعادلة الأخيرة يمكن أن تكتب على الصورة الآتية :

$$T = mc^2 - m_0 c^2 \quad (4-36)$$

حيث أن  $mc^2$  تسمى الطاقة الكلية أو الطاقة النسبية ويرمز لها بالرمز  $E$  .  $m_0 c^2$  تسمى طاقة الكتلة الساكنة أو الطاقة الساكنة ويرمز لها بالرمز  $E_0$

$$\therefore mc^2 - m_0 c^2 = E - E_0$$

$$\therefore (m - m_0)c^2 = \Delta E$$

$$\therefore \Delta m c^2 = \Delta E \quad \dots (4-34)$$

وهذه هي نفس العلاقة بين الطاقة والكتلة التي سبق استقفاها .

Total-Energy Transformation  
Equations:

**معادلات تحويل الطاقة الكلية :**

علمنا أن الطاقة الكلية في النظام  $S$  تعطى بالعلاقة:

$$E = mc^2 \quad \dots (4-33)$$

ولإيجاد معادلة التحويل التي تربط بين الطاقة في النظام S والطاقة  $E'$  كما يقيسها المشاهد في النظام  $S'$  تطبق معادلات تحويل الكتلة التي سبق استنباطها (4-24) على المعادلة رقم (4-33) علما بأن سرعة الضوء واحدة c للجميع . وهذا يعطى :

$$E = mc^2 = \frac{m' (1 + u v'_x / c^2)}{\sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}} = \frac{m' c^2 + u m' v'_x}{\sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}}$$

$$\therefore E = \frac{E' + u p'_x}{\sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}} \quad \dots \quad (4-37)$$

وبالمثل يمكن الحصول على العلاقة الآتية :

$$E' = \frac{E - u p_x}{\sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}} \quad \dots \quad (4-38)$$

المعادلتان الأخيرتان هما المعادلتان المستخدمتان لتحويل الطاقة من نظام لآخر .

مثال : (4-1)

احسب طاقة الكتلة الساكنة للالكترون معبرا عنها بالالكترون فولت علما بأن :

$$m_0 = 9.1 \times 10^{-31} \text{ kg} = \text{كتلة الالكترون الساكن}$$

$$e = 1.6 \times 10^{-19} \text{ Coulomb} = \text{شحنة الالكترون}$$

الحل :

طاقة الكتلة الساكنة للالكترون هي :

$$m_0 c^2 = (9.1 \times 10^{-31} \text{ kg}). (3 \times 10^8 \text{ m/sec.})^2 = 81.9 \times 10^{-15} \text{ Joule}$$

$$= \frac{81.9 \times 10^{-13} \text{ Joule}}{1.6 \times 10^{-19} \text{ Joule/electron volt}} = 0.512 \times 10^6 \text{ ev}$$

$$\therefore m_0 c^2 = 0.512 \text{ Mev (Million Electron Volt)}$$

أي أن طاقة الكتلة الساكنة للإلكترون  $m_0 c^2$  تساوي 0.512 مليون إلكترون فولت .

مثال: (4-2)

أوجد قيمة  $\frac{v}{c}$  للإلكترون بحيث تكون طاقته الحركية مساوية لطاقة الكتلة الساكنة له  $m_0 c^2$

الحل :

الطاقة الحركية النسبية تعطى بالعلاقة :-

$$T = \frac{m_0 c^2}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} - m_0 c^2$$

بما أن المطلوب أن يكون  $T = m_0 c^2$  فبالتعويض نحصل على :

$$m_0 c^2 = \frac{m_0 c^2}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} - m_0 c^2$$

$$\therefore 2m_0 c^2 = \frac{m_0 c^2}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

$$\therefore 2 \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} = 1$$

$$\therefore 1 - \frac{v^2}{c^2} = \frac{1}{4}$$

$$\therefore \frac{v^2}{c^2} = \frac{3}{4}$$

$$\therefore \frac{v}{c} = \frac{1.732}{2} = 0.866$$

مثال (4-3)

نم تعجيل الكترون من السكون بواسطة مجال كهربي ناتج عن فرق جهد قدره  $V$  فولت باستنتج علاقة تربط بين سرعة الالكترون  $v$  وفرق الجهد  $V$  ثم احسب هذه السرعة عندما تكون  $V$  تساوي

أ - 1000 فولت (1000 volts)

ب - 10 فولت (10<sup>6</sup> volts)

الحل :

$$\text{Total Energy} = m_0 c^2 + eV = \frac{m_0 c^2}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

$$\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} = \frac{m_0 c^2}{m_0 c^2 + eV}$$

$$\therefore \frac{v^2}{c^2} = 1 - \left[ \frac{m_0 c^2}{m_0 c^2 + eV} \right]^2$$

$$\therefore v = c \sqrt{1 - \left( \frac{m_0 c^2}{m_0 c^2 + eV} \right)^2}$$



وفي المثال السابق علمنا ان  $m_0c^2 = 0.512 \text{ Mev}$

- اذن سرعة الالكترن  $v$  عندما يكون فرق الجهد  $V = 1000$  فولت تعطى من العلاقة السابقة كالآتى :

$$\begin{aligned} v &= c \sqrt{1 - \left( \frac{0.512}{0.512 + 0.001} \right)^2} \\ &= c \sqrt{1 - \left( \frac{0.512}{0.513} \right)^2} \\ &= c \sqrt{1 - (0.9981)^2} \\ &= c \sqrt{1 - 0.9961} \\ \therefore v &= c \sqrt{0.0039} \\ &= 0.0624 c \end{aligned}$$

ب - عندما يكون فرق الجهد  $V = 10$  فولت

يكون  $V = 10$  الكترن فولت = 1 مليون الكترن فولت وتكون السرعة

$$\begin{aligned} v &= c \sqrt{1 - \left( \frac{0.512}{0.512 + 1.0} \right)^2} \\ &= c \sqrt{1 - (0.3386)^2} \\ &= c \sqrt{1 - 0.1147} = c \sqrt{0.8853} \\ \therefore v &= 0.9409 c = 0.941 c \end{aligned}$$



## الباب الخامس

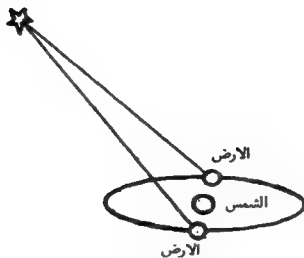
بعض ظواهر الإشعاع الكهرومغناطيسي  
والتنظير النسبية



## بعض ظواهر الإشعاع الكثر ومفناطسي والنظرية النسبية

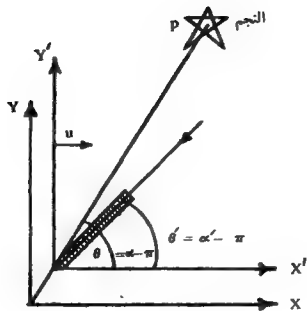
### ١- تفسير ظاهرة الزيف الضوئي في ضوء النظرية النسبية الخاصة :-

لاحظ العالم برادلي ١٧٢٥ أن النجم في السماء تتحرك على مدار السنة حركة ظاهرية • وهذا يرجع الى أن اتجاه شعاع الضوء القادم من نجم ما يعتمد على سرعة الأرض بالنسبة للنجم • وهذه الحركة الظاهرية هي ما يسمى بالزيف الضوئي •

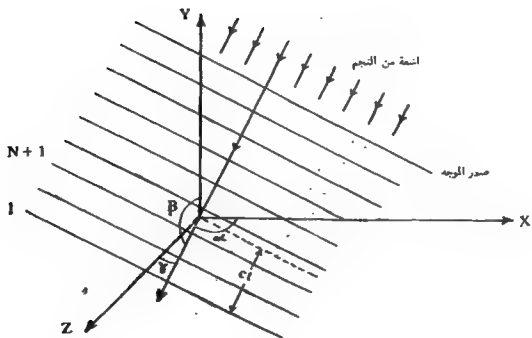


شكل ( ٥ - ١ )

الحركة الظاهرية للنجم نتيجة حركة الشمس



شكل (٢-٥)



شكل (٣-٥)

وفي شكل ( ٥ - ٢ ) يمثل P احد النجم الثابتة  $\alpha$  تمثل الزاوية بين اتجاه شعاع الضوء القادم من النجم واتجاه المحور السيني X فتكون الزاوية  $\theta$  هي زاوية رصد النجم اذا لم تؤخذ حركة الارض في الاعتبار .

اما اذا اخذنا حركة الارض في الاعتبار فان الزاوية التي يرصدها المشاهد لموضع النجم ( بواسطة التلسكوب ) لا تكون مساوية في الواقع للزاوية  $\theta$  بل يحصل المشاهد على قيمة اخرى لها  $\theta'$  تختلف عن  $\theta$  كما هو موضح في شكل (٥-٢) ولكن  $\alpha$  هي الزاوية في النظام S' التي تقابل الزاوية  $\alpha$  في النظام S ، وواضح ان

$$\alpha' + \theta' = \alpha + \theta = \pi$$

وفما يلي نبدأ باستنتاج معادلات تحويل جيبس التام الاتجاهية تبعاً للنظرية النسبية : في شكل (٥-٢) يمثل المستوى رقم (١) صدر الموجة المستوية التي عبرت نقطة الاصل عند اللحظة  $t=0$  . المستوى رقم ( ٢ ) يمثل صدر الموجة المستوية التي عبرت نقطة الاصل بعد الاول بزم يساوي الزمن الدوري  $T = \frac{\lambda}{c}$  . المستوى رقم ( ٣ ) يمثل صدر الموجة المستوية التي عبرت نقطة الاصل بعد الاول بزم يساوي ضعف الزمن الدوري  $\frac{\lambda}{c} = 2T$  وهكذا .

اي ان صدر الموجة رقم ( ١ + N ) يعبر نقطة الاصل بعد زمن قدره NT

وحيث ان المتجه العمودي على اي مستوى يمثل بالمعادلة الآتية :

$$\vec{r} = \vec{r}(t) = L\vec{x} + m\vec{y} + n\vec{z} \quad \dots(5-1)$$

حيث  $L, m, n$  هي جيبس التام الاتجاهية Direction cosines وتعرف بأنها

$$L = \cos \alpha, m = \cos \beta, n = \cos \gamma \quad \dots(5-2)$$

حيث  $\alpha$  الزاوية المحصورة بين اتجاه العمود على صدر الموجة والمحور السيني X-axis ،  $\beta$  الزاوية المحصورة بين اتجاه العمود على صدر الموجة والمحور الصادي y-axis ،  $\gamma$  الزاوية المحصورة بين اتجاه العمود على صدر الموجة والمحور العيني z-axis ، فاذا فرضنا ان  $t$  هي الفترة الزمنية التي مرت منذ لحظة عبور صدر الموجة رقم ( ١ ) نقطة الاصل فان المعادلة العامة التي تمثل المسافة العمودية على صدر الموجة رقم ( ١ + N ) في النظام S تكتب على الصورة :

$$Lx + my + nz = ct - cNT$$

اي ان

$$Lx + my + nz = c(1 - NT) \quad \dots(5-3) \quad \text{S في النظام}$$

المفروض في النظام  $S^1$  ان نأخذ هذه المعادلة الصورة العامة الآتية :

$$l' x' + m' y' + n' z' = c (t' + N T) \quad S^1 \text{ في النظام } (5-4)$$

نطبق معادلات تحويلات الاحداثيات النسبية على احدى هاتين المعادلتين ولكن الاولى فنحصل على :

$$l' \frac{x' + ut'}{\sqrt{1 - u^2/c^2}} + m' y' + n' z' = c \left[ \frac{(t' + ux'/c^2)}{\sqrt{1 - u^2/c^2}} - NT \right]$$

وباعادة الترتيب نكتب على الصورة الآتية :

$$\frac{(l' - \frac{u}{c})}{\sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}} x' + m' y' + n' z' = c \left[ \frac{(1 - \frac{l'u}{c})}{(1 - \frac{u^2}{c^2})^{\frac{1}{2}}} t' - NT \right]$$

$$\begin{aligned} \therefore \frac{(l' - u/c)}{(1 - l'u/c)} x' + \frac{m \sqrt{1 - u^2/c^2}}{(1 - l'u/c)} y' + \\ + \frac{n \sqrt{1 - u^2/c^2}}{(1 - l'u/c)} z' = c \left[ t' + N \frac{\sqrt{1 - u^2/c^2}}{(1 - l'u/c)} \right] \end{aligned} \quad \dots (5-5)$$

المعادلة (5-5) يجب ان تكافئ المعادلة المائلة (5-4) في النظام  $S^1$  لذا فان معاملات  $x'$  تكون متساوية وبالمثل بالنسبة لمعاملات باقي الاحداثيات  $y', z'$  وعلى ذلك فان :

$$l' = \frac{(l - \frac{u}{c})}{(1 - l'u/c)} \quad \dots (5-6)$$



$$m' = \frac{m \sqrt{1 - u^2/c^2}}{(1 - \frac{u}{c})} \quad \dots (5-7)$$

$$n' = \frac{n \sqrt{1 - u^2/c^2}}{(1 - \frac{u}{c})} \quad \dots (5-8)$$

$$T' = \frac{T \sqrt{1 - u^2/c^2}}{(1 - \frac{u}{c})} \quad \dots (5-9)$$

وهذه المعادلات تؤدي بنا الى تفسير الزيف الضوئى اى ايجاد المعادلة الخاصة بالزاوية  $\theta'$  فى الشكل ( ٥ - ٢ ) تتضح العلاقات الآتية :

$$\theta = \cos \theta = \cos (\pi + \theta) = - \cos \theta \quad \dots (5-10)$$

$$\theta' = \cos \theta' = \cos (\pi + \theta') = - \cos \theta' \quad \dots (5-11)$$

وبالتعويض عن  $\theta$  فى المعادلة (5-6) نحصل على :

$$\cos \theta' = \frac{\cos \theta + \frac{u}{c}}{1 + \frac{u}{c} \cos \theta} \quad \dots (5-12)$$

واذا تذكرنا العلامة العامة بين ظل أى زاوية وجيب تمامها وهى :

$$\tan \theta' = \sqrt{1 - \cos^2 \theta'} / \cos \theta' \quad \dots (5-13)$$

فان المعادلة (5-12) يمكن ان تكتب على الصورة الآتية :

$$\tan \theta' = \frac{\sin \theta \sqrt{1 - u^2/c^2}}{(\cos \theta + \frac{u}{c})} \quad \dots (5-14)$$

مثل المعادلة (5-12) او المعادلة (5-14) التعبير الرياضى لظاهرة الزيف لضوء النجم نجما  
لنظرية النسبية الخاصة وهو يختلف عن التعبير المقابل المشتق على اساس الميكانيكا التقليدية  
Classical Mechanics

$$\text{بالمعامل } \sqrt{1 - u^2/c^2} \text{ فقط}$$

كما يتضح ايضا من هاتين المعادلتين ان الزاوية  $\theta'$  اقل من الزاوية  $\theta$  على اساس قياس تلك الزوايا  
بالنسبة للاتجاه الاقصى .

## ٢- تفسير ظاهرة دوبلر ( Doppler Effect ) في ضوء النظرية النسبية.

ظاهرة دوبلر هي ظاهرة تغير تردد الحركة الموجية بالنسبة لمُشاهد نتيجة لوجود حركة نسبية خطية  
منتظمة وسرعتها  $u$  بينه وبين منبع تلك الحركة الموجية وموازية للمحاور السينية كالمعتاد وقد ثبت ان  
لهذه الظاهرة تطبيقات عملية على جانب كبير من الاهمية مثال ذلك :

- أ - تعيين سرعة النجم .
- ب - تعيين درجة حرارة غاز .
- ج - تعيين مستويات الطاقة النووية .
- د - المساعدة في دراسة التركيب الجوى .

والآن نحاول ان نستنتج العلاقة التى تعطى هذا التغير اى التى تربط بين التردد الحقيقى للموجة  
والتردد كما يرصده المُشاهد . وسنستعين فى ذلك بالعلاقة (5-9) التى توصلنا اليها عند دراسة  
الزيف الضوئى والتى تربط بين الزمن الدورى  $T$  الحقيقى للحركة الموجية والزمن الدورى  $T'$   
الظاهرى لنفس الحركة كما يرصده المُشاهد . ويتضح الاستنتاج فيما يلى :

$$T' = \frac{T \sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}}{\left(1 - \frac{u}{c}\right)} \quad \dots (5-15)$$

$$T' = \frac{1}{\nu'} , \quad T = \frac{1}{\nu} \quad \text{فى هذه العلاقة لدينا :}$$

حيث  $\nu$  التردد الحقيقي ،  $\nu'$  التردد الظاهري •

وجيت ان هذه الظاهرة عامة لجميع الحركات الموجية • لذا فمن المناسب ان نستبدل في المعادلة سرعة الحركة الموجية الضوئية " $c$ " الموجونة في المقام بالرمز  $w$  الذى يرمز لسرعة الحركة الموجية بوجه عام •

اما معامل لورنتز  $\sqrt{1 - u^2/c^2}$  فيبقى كما هو لانه يمثل معامل الربط بين النظامين  $S'$  ،  $S$  كالمعاد

كما ان جيب التام الاتجاهى يستبدل بالعلاقة :

$$\cos \alpha = \frac{\bar{u} \cdot \bar{w}}{uw} \quad \dots(5-16)$$

وعلى ذلك تأخذ العلاقة (5-15) الصورة الآتية :

$$\nu' = \frac{\nu \left( 1 - \frac{\bar{u} \cdot \bar{w}}{uw} \cdot \frac{u}{w} \right)}{\sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}}$$

$$\therefore \nu' = \frac{\nu \left( 1 - \frac{\bar{u} \cdot \bar{w}}{w^2} \right)}{\sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}} = \frac{\nu \left( 1 - \frac{u}{w} \cos \alpha \right)}{\sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}} \quad \dots(5-17)$$

وهذه هي المعادلة العامة لظاهرة دوبلر تبعاً للنظرية النسبية الخاصة •  
وفي الحالة الخاصة التى يكون فيها الخط الواصل بين المنبع والمشاهد موازياً للمحاور السينية  $OX, OX'$

فإذا كان المنبع والمشاهد يقتربان من بعضهما تصبح

$$l = \cos \alpha = \cos 180^\circ = -1 \quad \dots(5-18)$$

وتصبح العلاقة كما يلي :

$$\nu' = \frac{\nu \left( 1 + \frac{u}{w} \right)}{\sqrt{1 - \frac{u^2}{w^2}}} \quad \dots (5-19)$$

وبالنسبة لموجات الضوء المنتشرة في الفراغ يكون  $w = c$

وتكون العلاقة على الصورة التالية :

$$\nu' = \frac{\left( 1 + \frac{u}{c} \right)}{\sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}} \nu = \nu \frac{\sqrt{1 + \frac{u}{c}}}{\sqrt{1 - \frac{u}{c}}} \quad \dots (5-20)$$

ومنه يتضح ان التردد  $\nu'$  اكبر من التردد  $\nu$

اما اذا كان المنبع والمناهد يتعدان عن بعضهما فان :

$$\epsilon = \cos \theta = \cos 0^\circ \quad \dots (5-21)$$

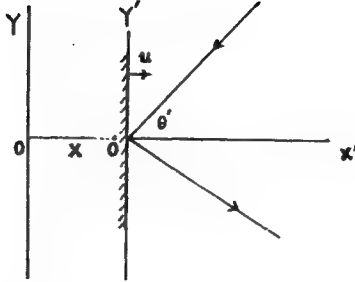
وتصبح العلاقة على الصورة :

$$\nu' = \frac{\left( 1 - \frac{u}{c} \right)}{\sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}} \nu = \nu \frac{\sqrt{1 - \frac{u}{c}}}{\sqrt{1 + \frac{u}{c}}} \quad \dots (5-22)$$

اي ان  $\nu'$  اقل من  $\nu$  .

## ٢- انعكاس الضوء بواسطة مرآة متحركة :

Reflection of Light by a Moving Mirror



في الشكل نفرض ان المرآة المستوية MM ممتدة في النظام  $S'$  بحيث ينطبق سطحها العاكس على المستوى  $XY$ . ونفرض ان النظام  $S'$  يتحرك بالنسبة للنظام  $S$  بسرعة نسبية خطية منتظمة  $u$  وهذا معناه ان المرآة تبدو متحركة بالنسبة للمشاهد  $O$  بسرعة نسبية  $u$ .  
نتصور شعاعا ضوئيا  $AO$  يسقط على المرآة  $M$  بزاوية سقوط  $\theta$  في النظام  $S'$  وانعكس عند  $O$  في الاتجاه  $(OB)$  وتكون زاوية انعكاسه عن المرآة  $M$  المستقرة في  $S'$  تساوي  $\theta$  تبعاً لقوانين الانعكاس المعتادة .  
والسؤال الآن ماهي قيمة كل من زاوية السقوط والانعكاس لنفس هذا الشعاع بالنسبة لمشاهد  $O$  مستقر في النظام  $S$  و ماهي قيمة الطول الموجي لهذا الضوء بالنسبة لنفس المشاهد  $O$  ؟

ويسهل الإجابة على هذا السؤال باستخدام العلاقات (5-12)، (5-14) التي تم استنتاجها عند دراستنا لظاهرة الزيف الضوئي (Light Aberration) وظاهرة تأثير دوبلر (Doppler Effect) ويتضح ذلك فيما يلي :

أولاً : ١- بالنسبة للشعاع الساقط :

زاوية السقوط في النظام  $S'$  حسب التعريف المتفق عليه لقياس الزاوية ستكون  $(\pi + \theta')$  وتكون زاوية السقوط كما يسجلها المشاهد  $O$  - المستقر في النظام  $S$  هي  $(\pi + \theta)$  وبتطبيق العلاقة :

$$\theta' = \frac{1 - \frac{u}{c}}{1 - \cos \theta} \quad \dots (5-6)$$

حيث:-

$$l' = \cos(\pi + \theta') = -\cos \theta', l = \cos(\pi + \theta_1) = -\cos \theta_1$$

$$-\cos \theta' = \frac{-\cos \theta_1 - \frac{u}{c}}{1 + \frac{u}{c} \cos \theta_1} \quad \text{فنحصل على :}$$

$$\therefore \cos \theta' = \frac{\cos \theta_1 + \frac{u}{c}}{1 + \frac{u}{c} \cos \theta_1} \quad \dots (5-23)$$

$$\tan \theta' = \frac{\sqrt{1 - \cos^2 \theta'}}{\cos \theta'} \quad \text{ونطبق العلاقة :}$$

$$\tan \theta' = \frac{\sin \theta_1 \sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}}{(\cos \theta_1 + \frac{u}{c})} \quad \dots (5-24) \quad \text{نصل الى :}$$

### ب- بالنسبة للشعاع المنعكس :-

زاوية الانعكاس في النظام  $S'$  حسب التعريف المتفق عليه لقياس الزاوية تكون  $(2\pi - \theta')$ .

ولتكن زاوية الانعكاس كما يسجلها المشاهد "O" في النظام  $S$  هي :  $(2\pi - \theta_2)$ .  
صورة أخرى بتطبيق العلاقة :

$$l' = \frac{l - \frac{u}{c}}{1 - l \frac{u}{c}}$$

$$l' = \cos(2\pi - \theta') = \cos \theta' \quad \text{حيث :}$$

$$l = \cos(2\pi - \theta_2) = \cos \theta_2$$

نحصل على :

$$\cos \theta' = \frac{-\cos \theta_2 - \frac{u}{c}}{1 - \frac{u}{c} \cos \theta_2} \quad \dots (5-25)$$

ويتطبيق العلاقة (5-25) يمكن كتابة المعادلة الأخيرة على الصورة :

$$\tan \theta' = \frac{\sin \theta_2 \sqrt{1 - u^2/c^2}}{(\cos \theta_2 - \frac{u}{c})} \quad \dots (5-26)$$

وهكذا يتضح ان العلاقة بين زاوية السقوط  $\theta_1$  وزاوية الانعكاس  $\theta_2$  كما يرصدها المشاهد المستقر في النظام S والذي تتحرك المرآة M بالنسبة له بسرعة u هي :

$$\frac{\sin \theta_1}{\cos \theta_1 + \frac{u}{c}} = \frac{\sin \theta_2}{\cos \theta_2 - \frac{u}{c}} \quad \dots (5-27)$$

وفيها يلاحظ انه بوضع  $u = 0$  نصل الى قانون الانعكاس المعروف ( $\theta_1 = \theta_2$ )  
ثانيا : بالنسبة للطول الموجي للامعة الساقطة والمنعكسة كما يرصدها المشاهد المستقر في النظام S يمكن حسابه بتطبيق العلاقة :

$$\nu' = \frac{\nu (1 - \frac{\bar{w} \cdot \bar{u}}{w^2})}{\sqrt{1 - u^2/c^2}} \quad \dots (5-28)$$

وبالتعويض عن كل من  $\nu$  و  $\nu'$  بوضع  $w = c$  لموجات الضوء نحصل على :

$$\frac{c}{\lambda'} = \frac{c}{\lambda} \cdot \frac{1}{\sqrt{1 - u^2/c^2}} \cdot (1 - \frac{\bar{c} \cdot \bar{u}}{c^2})$$

$$\therefore \frac{\lambda}{\lambda'} = \frac{\left[ 1 - \frac{\bar{c} \cdot \bar{u}}{c^2} \right]}{\sqrt{1 - u^2/c^2}} \quad \dots (5-29)$$

بالنسبة للانعكاس يكون :

$$\bar{c} \cdot \bar{u} = c u \cos (\pi + \theta_1) = -c u \cos \theta_1$$

$$\begin{aligned} \frac{\lambda_1}{\lambda} &= \frac{\left( 1 + \frac{c u}{c^2} \cos \theta_1 \right)}{\sqrt{1 - u^2/c^2}} \\ &= \frac{\left( 1 + \frac{u}{c} \cos \theta_1 \right)}{\sqrt{1 - u^2/c^2}} \quad \dots (5-30) \end{aligned}$$

وبالنسبة للانعكاس العكسي يكون :

$$\bar{c} \cdot \bar{u} = c u \cos (2\pi - \theta_2) = c u \cos \theta_2$$

$$\therefore \frac{\lambda_2}{\lambda} = \frac{\left( 1 - \frac{u}{c} \cos \theta_2 \right)}{\sqrt{1 - u^2/c^2}} \quad \dots (5-31)$$

من ذلك يتضح ان العلاقة بين  $\lambda_2, \lambda_1$  هي :

$$\frac{\lambda_1}{\lambda_2} = \frac{\left( 1 + \frac{u}{c} \cos \theta_1 \right)}{\left( 1 - \frac{u}{c} \cos \theta_2 \right)} \quad \dots (5-32)$$



حيث  $\theta_1, \theta_2$  تربطها العلاقة ( 5-27 ) .

### تأثير كيمتون : Compton Effect

اكتشف هذه الظاهرة العالم الامريكى كومبتون عام ١٩٢٢ م أثناء دراسته لاستقطار الاشعة السينية بواسطة مواد مختلفة . وهذه الظاهرة تمثل برهاناً تجريبياً للخاصية الجسيمية للاشعاع الكهرومغناطيسى . ولكن يعبئنا فيما يلى أن نوضح كيفية تفسير هذه الظاهرة فى ضوء قوانين النظرية النسبية الخاصة .

ونبعا لهذه الظاهرة فقد وجد أن الطول الموجى للاشعاع المستطارد الناتج من اصطدام الاشعاع الاصلى بالمهدف تعتمد على زاوية الاستطارة ولأى قيمة لهذه الزاوية وجد أن  $\lambda'$  للاشعاع الناتج أكبر من الطول الموجى  $\lambda$  للاشعاع الساقط .

ويتم تفسير هذه الظاهرة على أساس ان الفوتون ( الذى يمثل الاشعاع الكهرومغناطيسى ) يصطدم بأحد الالكترونات المرتبطة بالنواة الأم ارتباطا ضعيفا ، بحيث ان طاقة الربط بين هذا الالكترون وزرته تكون صغيرة جدا بالنسبة لطاقة الفوتون المصطدم به فانه يمكن اعتباره ان هذا هو تصادم بين فوتون والكترون حر .

نفرض أن طاقة فوتون الاشعاع الساقط هو  $h\nu$  حيث  $\nu$  تردد الاشعاع الساقط وبعد اصطدامه يتحرك فى اتجاه  $\theta$  بالنسبة للاتجاه الاصلى للاسعة الساقطة كما هو مبين بالشكل . ويستطير فى جميع الاتجاهات ولكن طاقة فوتون الاشعاع المستطير هي  $h\nu'$  بينما يترد الالكترون بطاقة كلية لتكن  $E$  وبعث تكون كمية تحركه هي  $\vec{p}_e$  .  
وبتطبيق قانون بقاء الطاقة وكذلك قانون بقاء كمية التحرك الخطى نحصل على :

$$h\nu + m_0c^2 = h\nu' + \sqrt{p_e^2 c^2 + m_0^2 c^4} \quad \dots (5-33)$$

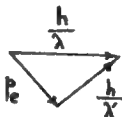
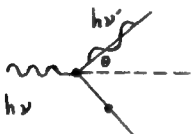
$$\begin{aligned} \vec{p}_e \cdot \vec{p}_e &= p_e^2 = \left( \frac{h\nu}{c} \right)^2 + \left( \frac{h\nu'}{c} \right)^2 \\ &- 2 \left( \frac{h\nu}{c} \right) \cdot \left( \frac{h\nu'}{c} \right) \cdot \cos \theta \quad \dots (5-34) \end{aligned}$$

وباعادة ترتيب ( 33 - 5 ) نحصل على :

$$\sqrt{p_e^2 c^2 + m_0^2 c^4} = (h\nu + m_0 c^2) - h\nu' \dots (5-35)$$

$$\therefore p_e^2 c^2 + m_0^2 c^4 = \left[ (h\nu + m_0 c^2) - h\nu' \right]^2 \dots (5-36)$$

$$\therefore p_e^2 c^2 = (h\nu + m_0 c^2)^2 + (h\nu')^2 - 2 h\nu' (h\nu + m_0 c^2) - m_0^2 c^4 \dots (5-37)$$



بالتعويض من المعادلة (5-34) في المعادلة (5-37) نحصل على النتيجة التالية :

$$\frac{h\nu\nu'}{m_0 c^2} \left[ 1 - \cos \theta \right] = \nu - \nu' \dots (5-38)$$

بالقسمة على  $\frac{\nu\nu'}{c}$  نحصل على :

$$\frac{h}{m_0 c} \left[ 1 - \cos \theta \right] = \frac{c}{\nu'} - \frac{c}{\nu} = \lambda' - \lambda = \Delta\lambda$$

$$\therefore \Delta\lambda = \frac{h}{m_0 c} (1 - \cos \theta) \dots (5-39)$$

ووجد أن المعادلة الأخيرة المستنتجة في ضوء التفسير السابق ذكره تفسر تماماً ما يشاهد بالتجربة ويتعلق بهذه الظاهرة •

مثال : (5-1)

احسب كمية التحرك الخطي للإلكترون إذا تساوت طاقته الكلية مع طاقة فوتون خاص باسعا طوله الموجي فيرمي واحد •  
ملحوظة : ١ فيرمي =  $10^{-10}$  مترا •

الحل :

$$h\nu = \frac{h \cdot c}{\lambda} = \text{طاقة الفوتون} :$$

$$\sqrt{p_e^2 c^2 + (m_0 c^2)^2} = \text{طاقة الإلكترون الكلية}$$

وبما أن طاقة الفوتون تساوي طاقة الإلكترون الكلية :

$$\frac{h \cdot c}{\lambda} = \sqrt{p_e^2 c^2 + m_0^2 c^4}$$

$$p_e^2 c^2 = \left( \frac{h \cdot c}{\lambda} \right)^2 - m_0^2 c^4$$

$$\therefore p_e^2 = \left( \frac{h}{\lambda} \right)^2 - m_0^2 c^2$$

$$p_e^2 = \left( \frac{6.625 \times 10^{-34} \cdot \text{Joule} \cdot \text{sec}}{1 \times 10^{-15} \text{ metre}} \right)^2 - (9.1 \times 10^{-31} \text{ Kg})^2 \cdot (3 \times 10^8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1})^2$$

$$p_e^2 = 43.891 \times 10^{-38} - 745.29 \times 10^{-46}$$

$$\therefore p_e = 6.625 \times 10^{-19} \text{ Kg} \cdot \text{m} \cdot \text{s}^{-1}$$

$$\therefore T = \frac{h^2 \nu^2 (1 - \cos \theta)}{m_0 c^2 + h \nu (1 - \cos \theta)} = \frac{h \nu}{\frac{m_0 c^2}{h \nu (1 - \cos \theta)} + 1} \dots (5-40)$$

من المعادلة الأخيرة يتضح أن طاقة الحركة للإلكترون المرتد تصبح قيمة عظمى عندما يكون المقدار  $\frac{m_0 c^2}{h \nu (1 - \cos \theta)}$  اصغر ما يمكن، وهذا يتحقق عندما يكون المقدار  $(1 - \cos \theta)$  أكبر ما يمكن أى عندما تكون  $\theta = 180^\circ$  لأن  $\cos 180^\circ = -1$  وتصبح قيمة المقدار  $(1 - \cos \theta) = 2$

ومن ذلك تكون النهاية العظمى لطاقة حركة الإلكترون تساوى =

$$T_{\max} = \frac{h \nu}{1 + \frac{1}{2} \frac{m_0 c^2}{h \nu}} \dots (5-41)$$

ولكن

$$h \nu = \frac{hc}{\lambda} = \frac{6.625 \times 10^{-34} \times 3 \times 10^8}{0.65 \times 10^{-10}} \text{ Joules}$$

$$= \frac{6.625 \times 10^{-34} \times 3 \times 10^8}{0.65 \times 10^{-10} \times 1.6 \times 10^{-19}} \text{ electron volts}$$

$$h \nu = 19.11 \times 10^3 \text{ electron volts}$$

$$h \nu = 0.019 \text{ Mev (Million Electron Volt)}$$

# الْبَنَاءُ السَّلَامِيُّ

الطاقة والنظرية النسيية الخاصة



## الطاقة والنظرية النسبية الخاصة

في هذا الباب سوف نستعرض بعض الظواهر الفيزيائية التي ارتبط الكشف فيها ارتباطاً مباشراً بالنظرية النسبية الخاصة . وسوف نلمس من الامثلة التي سوف نتحدث عنها ان النظرية النسبية قد ساهمت في الكشف العلمى وفهمه في مجالات عديدة من علم الفيزياء ومنها المجالات الذرية والنوية والطاقة الشمسية والاشعاع الكونى :

### ١- النظرية النسبية الخاصة وظاهرة تحول الطاقة الإشعاعية الكهرومغناطيسية ، الحس الكهرون سالب والكهرون موجب (بوزيترون) :

لاحظ العالم الانجليزى ديراك Dirac علم ١٩٢٩م انه بتطبيق المعادلة

$$E^2 = c^2 p^2 + m_0^2 c^4$$

على الالكترون فاننا بأخذ الجذر التربيعى لهذه المعادلة نلاحظ ببساطة أن :

$$E = \pm \sqrt{c^2 p^2 + m_0^2 c^4}$$

ولقد فسر ديراك حالة ان E موجبة بانها الحالة التي تقابل الالكترون السالب العادى كما هو

معروف لدينا كأحد مكونات اى ذرة .

أما حالة ان  $E$  سالبة فهذا يقابل نتائج جسيم مضاد للالكترون السالب فيكون مثلاً له من جميع النواحي الفيزيائية ما عدا الشحنة في الكهربية فتكون موجبة ولكن قيمتها تساوى تماماً قيمة شحنة الالكترون السالب ، وهذا الجسيم هو ما يسمى بالالكترون الموجب او

البوزيترون Positron

والجدير بالذكر انه تم في عام ١٩٣٢م باستخدام احدى الاكتشافات النووية وهى غرفة السحابة . تم اكتشاف تولد الالكترون سالب والكترون موجب معا من جراء تفاعل فوتون ذى طاقة عالية مع المجال الكهرومغناطيسى لنواة إحدى ذرات المادة التى يتحرك خلالها الفوتون . ووضحت القياسات العملية ان حقيقة ما حدث هو ان طاقة الفوتون كلها تحولت الى مادة في صورة زوج من الجسيمات احدها الالكترون السالب والآخر هو الالكترون الموجب، وعندئذ تكون المعادلة الآتية صحيحة :

$$( \text{طاقة الكتلة النسبية للبوزيترون} ) + ( \text{طاقة الكتلة النسبية للالكترون} ) = \text{طاقة الفوتون}$$

$$\text{الاشعاعية} \cdot h\nu = E_+ + E_-$$

وفد ينتج هذا التحول نتيجة تصادم فوتون والكترون بدلا من تصادم فوتون مع نواة الذرة بأكملها . لذلك نحاول أن نجيب على التساؤل الآتى :

ماهى القيمة الصغرى لطاقة الفوتون اللازمة ليشم هذا التحول الى الكترون . وبوزيترون ؟

وسهل فهم الاجابة على هذا التساؤل بان نذكر ان القيمة الصغرى لطاقة الفوتون تقابل في الحقيقة الحالة التى فيها يكون الثلاثة جسيمات الموجودة بعد التصادم ( الالكترون المهدف والالكترون والبوزيترون الناتجين من التحول ) مستقرة في نظام الاحداثيات الذى يتميز بان كمية التحرك الخطى الكلية تساوى صفرا . وان كلا من هذه الجسيمات الثلاثة يكون مستقرا في هذا النظام اى لا يتحرك ( حتى تضمن عدم الاحتياج لطاقة اكبر من قبل الفوتون لتزويد الالكترونات بطاقة حركة ) .

وحيث ان مثل هذا النظام يتحرك بسرعة معينة  $u$  بالنسبة لنظام الاحداثيات المستقر بالمعمل حيث تجرى التجربة . فان معنى ذلك ان طاقة الحركة للثلاثة الالكترونات تكون متساوية ويتحركة في المعمل جميعا في نفس الاتجاه وينفس السرعة .



في نظام احداثيات مركز الكتلة

في نظام احداثيات المعمل



وعلى ذلك لو رمزنا لكمية التحرك الخطى لاي من الالكترونات الثلاثة بالرمز  $p$  والطاقة الحركية لاي منها بالرمز  $K$  فان :

$$K_1 = K_2 = K_3 = K$$

وعلى ذلك يعطينا قانون بقاء الطاقة الكلية النتيجة التالية :

$$h\nu + m_0c^2 = (m_0c^2 + K) + (m_0c^2 + K) + (m_0c^2 + K)$$

$$\therefore h\nu = 2 m_0c^2 + 3 K \quad \dots(6-1)$$

يبينا يعطينا قانون بقاء كمية التحرك الخطى :

$$h\nu c = p + p + p = 3 p \quad \dots(6-2)$$

ولكن لكل من الالكترونات الثلاثة تتحقق المعادلة الآتية :

$$(K + m_0c^2)^2 = p^2c^2 + m_0^2c^4 \quad \dots(6-3)$$

$$\therefore p^2c^2 = (K + m_0c^2)^2 - m_0^2c^4 \quad \dots(6-4)$$

وعليه نحصل من (6-2), (6-3)

$$h\nu = 3 \sqrt{K (K + 2 m_0c^2)} \quad \dots(6-5)$$

وعليه نحصل من (6-1), (6-5) على :

$$3 \sqrt{K (K + 2 m_0c^2)} = 3 K + 2 m_0c^2$$

بحل هذه المعادلة بالنسبة لـ  $K$  نحصل على :

$$\therefore K = \frac{2}{3} m_0c^2$$

$$\therefore h\nu = 3 \left( \frac{2}{3} m_0c^2 \right) + 2 m_0c^2 = 4 m_0c^2 \quad \dots(6-6)$$

وهذه تمثل اقل قيمة لطاقة الفوتون حتى يتم انتاج زوج من الالكترون السالب والالكترون الموجب بعد تصادم الفوتون مع الالكترون الهدف .

## ب- النظرية النسبية الخاصة وظاهرة تحولات جزء من طاقة حركة الجسم إلى مادة عند تصادم هذا الجسم مع هدف نووي :

منذ اختراع المعجلات النووية الاولى سنة ١٩٣٢م وهي الفاندى جراف والسيكلوترون وعلماء الفيزياء النووية يحاولون دائما تعجيل الجسيمات المشحونة كهربيا لأكسابها طاقات اكبر واكبر بفرض الكشف عن جسيمات اولية جديدة تساعد على فهم التركيب النووى والقوى النووية . وفى عام ١٩٥٢م تم لأول مرة الحصول على جسيمات اولية معجلة كتلتها اكبر بكثير من كتلة الالكترن بواسطة تصادم حزمة بروتونية مع اهداف بروتونية وتحول جزء من طاقة الحركة المتاحة الى مادة فى صورة ميزونات باى Mesons -  $\pi$  ويمثل هذا التفاعل النووى كما يلى :



اي أن :

ولنحاول الآن استنتاج العلاقة التى تعطى القيمة البدئية ( Threshold Value ) لطاقة حركة البروتون القادم واللازمة لتوليد ميزون باى كنتيجة لهذا التصادم . وقد يعتقد الفرد لأول وهلة ان تلك الطاقة تساوى طاقة الكتلة الساكنة لهذا الجسم المنتج اى تساوى  $m\pi c^2$  ولكن هذا غير صحيح لان معنى ذلك ان البروتون بعد التصادم يستقر فى مكانه لفقدته كل طاقة حركته وهذا غير ممكن اذ انه لايمحق قانون بقاء كمية التحرك الخطية .

ونتضح لنا هذه الحقيقة من التحليل الرياضى التالى فسنجد ان طاقة حركة البروتون القادم يجب ان تفوق بكثير طاقة الكتلة الساكنة للجسيم المنتج .

كما سبق ان اوضحناه فى معادلة ( 37-4 ) فان الطاقة الكلية لاي عدد من الجسيمات E ترتبط مع كمية التحرك الخطية الكلية P لها بالعلاقة الآتية :

$$E^2 - P^2 c^2 = \text{Invariant ( ثابت غير متغير )} \quad (6-7)$$

بصرف النظر عن كنه نظام الاحداثيات الذى تنسب اليه حركتها .

وعلى ذلك بتطبيق هذه العلاقة مرة فى نظام الاحداثيات المستقر فى المعمل ( Laboratory

System ) - قبل التصادم مرة اخرى بتطبيقها فى نظام الاحداثيات الذى يتميز بان كمية

التحرك الخطية الكلية فيه تساوى صفرا ويسمى بنظام مركز الثقل (Centre-of-Mass System)

نحصل على :

$$[M_p c^2 + (M_p c^2 + (K.E.)_m)]^2 - (cp)^2 =$$

$$[M_p c^2 + M_p c^2 + m\pi c^2] - 0 \quad \dots (6-8)$$

حيث الطرف الأيمن نتج عن التعويض في المعادلة ( 6-7 ) بعد التصادم في نظام مركز الثقل بينما الطرف الأيسر نتج عن التعويض في نفس المعادلة ( 6-7 ) قبل التصادم في نظام المعمل .  
بالنسبة للبروتون القادم يمكن كتابة المعادلة الآتية :

$$c^2 p^2 = \left[ M_p c^2 + (K.E.)_{th} \right]^2 - M_p^2 c^4$$

$$= (K.E.)_{th}^2 + 2 M_p c^2 \cdot (K.E.)_{th} \dots (6-9)$$

بالتعويض من هذه المعادلة في المعادلة ( 6-8 ) وباستخدام القيم المعروفة لكل من  $M_p$  و  $m_\pi$

نحصل على قيمة  $(K.E.)_{th}$

الآتية :

$$(K.E.)_{th} = 294 \text{ Mev.}$$

وهذه هي قيمة طاقة الحركة التي يجب ان يتحرك بها البروتون القادم حتى يتم انتاج ميزون باى Meson- بعد تصادمه مع بروتون آخر مستقر .

ويتضح من هذا المثال ان بروتون طاقة حركته 294 Mev قد تحول جزء من تلك الطاقة مقداره  $(m\pi c^2 = 139 \text{ Mev})$  الى مادة في صورة جسيم ميزون باى Meson- لم يكن موجودا قبل التصادم، اما الجزء الباقى من طاقة حركة هذا البروتون فيتم توزيعه على الثلاثة جسيمات الموجودة بعد التصادم وهى البروتون والنيوترون والميزون باى في صورة طاقة حركة لكل منها بما يحقق قانونى بقاء الطاقة الكلية وكمية التحرك الخطى الكلية .

## ملحوظة :

عندما يكون البروتون الهدف متحركا كما هو الحال في التيكولات (Nucleons) داخل نوى الذرات المركبة (Composite Atomic Nuclei) فان تلك القيمة للطاقة البدئية  $(K.E.)_0$  تنخفض الى حوالى 200 Mev نتيجة مشاركة حركة فيرمي داخل تلك النوى .

## ج - تحول المادة الى طاقة :

(١) طاقة الربط النووى Nuclear Binding Energy

دلت الدراسات الدقيقة باستخدام مطياف الكتلة Mass Spectrometer أن كتلة النواة .

$M(A, Z)$  التى تحتوى على عدد  $Z$  من البروتونات وعدد  $N = (A - Z)$  من النيوترونات تكون دائما أقل من المجموع الكلى لكل تلك النيكلونات أى أن :

$$M(A, Z) < \left[ Z M_p + (A - Z) M_n \right]$$

وهذا الفرق فى الكتلة تبعا لمعادلة أينشتاين الخاصة بتكافؤ المادة والطاقة وجد انه يكافئ طاقة الربط النووى اللازمة لجعل هذه النواة وحدة متكاملة .  
أى ان :

$$\left[ ( Z M_p + (A - Z) M_n ) - M(A, Z) \right] c^2 = \text{طاقة الربط النووى} \quad \dots (6-10)$$

وهذه الطاقة بالتالى تساوى الطاقة اللازمة لتفريق مكونات تلك النواة عن بعضها خارج مدى القوى النووية (Nuclear Forces Range)

(٧) طاقة الاندماج النووى والطاقة الشمسية :

Nuclear Fusion Energy & Solar Energy .

وجد انه عندما يندمج بروتون حرمستقر مع نيوترون حرمستقر لتكوين نواة ذرة الديوتيريوم فان كتلة النواة الناتجة تكون أقل من مجموع كتلتى البروتون والنيوترون وهذا الفرق فى الكتلة يساوى تماما طاقة الربط النووى للنواة الناتجة وهى الديوتيريوم ويصاحب ذلك انطلاق طاقة على شكل فوتونات .

وقد وجد ان ظاهرة الاندماج النووى ليست فاصرة على بروتون ونيوترون، وانما تحدث عموما بين أى تركيبين نوويين اذا سمحت الظروف الديناميكية بذلك، ومن اهم الامثلة على هذا الاندماج هو ما يحدث داخل الشمس، اذ من المعروف ان الطاقة الشمسية تنتج جزئيا من عملية اندماج نووى حرارى متسلسل تبعا للمعادلات الآتية :



وفي بعض الاحيان يتم دمج ديوتريون  $d^2$  مع بروتون  $^1H$  لانتاج نظير هيليوم -  $^3He$  الذي بالتالي يتم دمج مع بروتون اخر  $^1H$  لانتاج نظير هيليوم -  $^4He$  ويصاحب كل عملية اندماج من هذه العمليات انطلاق طاقة اشعاعية كهرومغناطيسية . وتتميز تلك الطاقة المنبعثة بانها في النهاية ذات قدر هائل جدا . وقد حقق العلماء نمودجا معمليا لانتاج هذه الطاقة في صورة القنبلة الهيدروجينية عام ١٩٥٥م وهذه طاقتها بكثير الطاقة النووية الناتجة عن القنبلة الذرية ( اغسطس ١٩٤٥ ) المبينة على اساس ظاهرة الانشطار النووي . وعلى عكس ذلك ثبت مدى الاستفادة العظمى للاستخدامات السلمية لهذه الطاقة النووية في مجالات الحياة المختلفة مثل استخدامها في العلاج الطبي وتمقيم ادوات الجراحة وتخزين الحبوب دون تلف والكشف عن البترول والكشف عن جودة المنتجات الصناعية . الخ .



## أمثلة عامة محلولة

مثال : G-1

أثبت العلامة الآتية :

$$\left(1 - \frac{u^2}{c^2}\right) = \left(1 - \frac{uv_x}{c^2}\right) \cdot \left(1 + \frac{uv_x}{c^2}\right)$$

الحل :

بما أن :

$$dt' = \frac{\left(dt - \frac{u}{c^2} dx\right)}{\sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}}$$

$$dt = \frac{\left(dt' + \frac{u}{c^2} dx'\right)}{\sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}}$$

$$\therefore dt \cdot dt' = \frac{dt' \left(1 + \frac{u}{c^2} \frac{dx}{dt'}\right) dt \left(1 - \frac{u}{c^2} \frac{dx}{dt}\right)}{\left(1 - \frac{u^2}{c^2}\right)}$$

$$= \frac{dt \cdot dt'}{(1 - \frac{u^2}{c^2})} (1 + \frac{uv_x'}{c^2}) (1 - \frac{uv_x}{c^2})$$

$$\therefore (1 - \frac{u^2}{c^2}) = (1 + \frac{uv_x'}{c^2}) (1 - \frac{uv_x}{c^2})$$

مثال : G-2  
أثبت العلاقة :

$$(1 - \frac{v'^2}{c^2}) = \frac{(1 - \frac{v^2}{c^2}) (1 - \frac{u^2}{c^2})}{(1 - \frac{uv_x}{c^2})^2}$$

الحل :

$$(v')^2 = v_x'^2 + v_y'^2 + v_z'^2$$

$$\therefore v'^2 = (\frac{dx'}{dt'})^2 + (\frac{dy'}{dt'})^2 + (\frac{dz'}{dt'})^2$$

$$\frac{v'^2}{c^2} = \frac{dx'^2 + dy'^2 + dz'^2}{c^2 dt'^2}$$

$$1 - \frac{v'^2}{c^2} = \frac{c^2 dt'^2 - (dx'^2 + dy'^2 + dz'^2)}{c^2 dt'^2} \quad \dots (1)$$

وبالمثل يمكن اثبات أن

$$1 - \frac{v^2}{c^2} = \frac{c^2 dt^2 - (dx^2 + dy^2 + dz^2)}{c^2 dt^2} \quad \dots (2)$$

يقسم (١) . (٢) نحصل على :

$$dt^2 / dt'^2 = (1 - \frac{v^2}{c^2}) / (1 - \frac{v^2}{c^2}) \quad \dots (3)$$

وذلك لأن البسط كمية تتميز بخاصية عدم التغير Invariant  
أى أن البسطين متساويان .  
ولدينا :

$$dt' = \frac{dt - \frac{u dx}{c^2}}{\sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}} = \frac{dt (1 - \frac{uV}{c^2})}{\sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}}$$

$$\therefore \frac{dt}{dt'} = \frac{\sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}}{(1 - \frac{uV}{c^2})}$$

$$\frac{(1 - \frac{v^2}{c^2})}{(1 - \frac{v^2}{c^2})} = \frac{(1 - \frac{u^2}{c^2})}{(1 - \frac{uV}{c^2})^2}$$

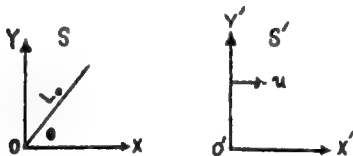
$$\therefore (1 - \frac{v^2}{c^2}) = \frac{(1 - \frac{v^2}{c^2}) (1 - \frac{u^2}{c^2})}{(1 - \frac{uV}{c^2})^2}$$



مثال : (G-3)

عصا طولها 6 أمتار موضوعة ساكنة في نظام S وقيل على المحور الأفقى OX بزاوية  $\theta = 60^\circ$  احسب طولها وميلها على المحور الأفقى بالنسبة لمشاهد مستقر في نظام S' الذى يتحرك بسرعة خطية منتظمة قدرها 0.6c بالنسبة للنظام S وفى اتجاه يوازى المحور السينى له .

الحل :



نفرض أن المركبة الأفقية X وأن المركبة الرأسية Y فيكون :

$$X = L_0 \cos \theta = 6 \cos 60^\circ = 6 \times \frac{1}{2} = 3 \text{ m}$$

$$Y = L_0 \sin \theta = 6 \sin 60^\circ = 6 \times \frac{1}{2}\sqrt{3} = 3\sqrt{3}$$

بالنسبة للمشاهد المستقر في النظام S' تكون :

$$\therefore Y' = Y = 3\sqrt{3}$$

المركبة الرأسية كما هى

$$\begin{aligned} \sqrt{1 - u^2/c^2} &= \sqrt{1 - \frac{(0.6c)^2}{c^2}} \\ &= 0.8 \end{aligned}$$

المركبة الأفقية تنكمش بالمعامل

$$X' = 0.8 L_0 \cos \theta = 0.8 X = 0.8 \times 3 = 2.4 \text{ m}$$

إذن الطول الظاهرى للمصا L كما يرصده المشاهد في S' يساوى =

$$\begin{aligned} L &= \sqrt{X'^2 + Y'^2} = \sqrt{(2.4)^2 + (3\sqrt{3})^2} \\ &= \sqrt{32.76} = 5.72 \text{ m.} \end{aligned}$$

وبلاحظ أن المصباح يبدو له منكشمة عن طولها الحقيقي وتصنع زاوية ظلها كما يرصده المشاهد في  $S'$  هو :

$$\tan \theta' = \frac{y'}{x'} = \frac{3\sqrt{3}}{2.4} = 2.165 = 2.17$$

$$\therefore \theta' = 65.2^\circ$$

مثال : G-4

خط سكة حديد مستقيم مثبت على أحد جانبيه في موضع ما مصباحان من مصابيح الإشارة على عمودين خشبيين البعد بينهما ١ كيلو متر ، فإذا أضاء المصباحان في نفس الوقت على الأرض ، فأوجد السرعة التي يجب أن يتحرك بها القطار بحيث يرى سائق القطار أن أحد المصباحين أضاء بالنسبة له قبل الآخر بفارق زمنى قدره ثانية واحدة ووضع أى من المصباحين أضاء بالنسبة للسائق قبل الآخر ؟

الحل :

أضاء المصباحين كما يرصدهما المشاهد المستقر على الأرض والتي نرمز لها بالنظام  $S$  ستوصف بالاحداثيات :

$(x_1, t_1)$  بالنسبة للمصباح الأول ،  $(x_2, t_2)$  بالنسبة للمصباح الثانى - مع العلم أنه على الأرض أضاء المصباحان في نفس اللحظة أى أن

$$dt = 0 \quad \text{وإن} \quad t_1 = t_2$$

هذان الحدثان يوصفان بالسائق المستقر في القطار والنزى نرمز له بالنظام  $S'$  بالاحداثيات :-

$$(x'_1, t'_1) \quad , \quad (x'_2, t'_2)$$

$$t'_1 = \frac{(t_1 - \frac{ux_1}{c^2})}{\sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}} \quad (1) \quad , \quad t'_2 = \frac{(t_2 - \frac{ux_2}{c^2})}{\sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}} \quad (2)$$

حيث  $u$  السرعة النسبية بين القطار والأرض وهى المطلوب حسابها .

من المعادلتين (١) ، (٢) الفرق الزمني بين اضيائى المصباحين ستكون :

$$(t_2' - t_1') = \frac{(t_2 - t_1) - \frac{u}{c^2} (x_2 - x_1)}{\sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}}$$

وبما أن

$$(t_2 - t_1) = 0$$

$$\therefore (t_2' - t_1') = \frac{-\frac{u}{c^2} (x_2 - x_1)}{\sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}} \quad (3)$$

مطلوب جعل الفرق الزمني  $(t_2' - t_1')$  يساوى ثانية واحدة مع العلم أن البعد بين العمودين  $(x_2 - x_1)$  يساوى كيلومتراً واحداً . وهذا يعطى :-

$$1 = -\frac{u}{c^2} / (1 - \frac{u^2}{c^2})^{\frac{1}{2}}$$

$$\therefore -\frac{u}{c^2} = (1 - \frac{u^2}{c^2})^{\frac{1}{2}}$$

$$\therefore \frac{u^2}{c^4} = 1 - \frac{u^2}{c^2}$$

$$\therefore 1 = \frac{u^2}{c^2} (1 + \frac{1}{c^2}) \simeq \frac{u^2}{c^2}$$

وذلك لأن المقدار  $1 / c^2$  يقترب من الصفر لكبر  $c^2$  جداً .

$$\therefore 1 \simeq \frac{u}{c}$$

$$\therefore u \simeq c$$

أى أن القطار يجب أن يتحرك بسرعة كبيرة جدا تقترب من سرعة الضوء حتى يمكن ملاحظة هذا الفرق الزمني بواسطة المشاهد المستقر في القطار .

يلاحظ ان (  $x_2 - x_1$  ) مقدار موجب ولذا فان الاشارة السالبة في المعادلة رقم ( ٣ ) معناها ان  $t_1$  أكبر من  $t_2$  بمعنى ذلك أن المصباح عند الاحداث  $x_2$  يظهر للسائق وكأنه أضاء أولا ثم أضاء بعده المصباح الموضوع عند  $x_1$  .

مثال : (G-5)

جسم يتحرك في النظام  $S'$  بسرعة  $\vec{V}' = \vec{i}V'_x + \vec{j}V'_y + \vec{k}V'_z$  في اتجاه يصنع زاوية  $\theta'$  مع المحور الأفقى  $X'$  أوجد سرعته واتجاهه بالنسبة لمشاهد مستقر في نظام آخر  $S$  علما بأن السرعة النسبية الخطية المنتظمة بين النظامين هي  $u$  على امتداد المحور السيني .

الحل :

$$V^2 = V_x^2 + V_y^2 + V_z^2$$

نعلم أن :

وبتطبيق تحويلات السرعات النسبية لأينشتاين نحصل على :

$$V^2 = \left[ \frac{V'_x + u}{1 + \frac{u}{c^2} V'_x} \right]^2 + \left[ \frac{V'_y \sqrt{1 - u^2/c^2}}{1 + \frac{u}{c^2} V'_x} \right]^2 + \left[ \frac{V'_z \sqrt{1 - u^2/c^2}}{1 + \frac{u}{c^2} V'_x} \right]^2$$

$$= \frac{V_x'^2 + u^2 + 2uV'_x + V_y'^2(1 - \frac{u^2}{c^2}) + V_z'^2(1 - \frac{u^2}{c^2})}{(1 + \frac{u}{c^2} V'_x)^2}$$

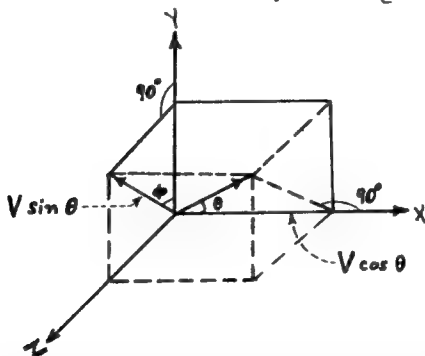
$$= \frac{V_x'^2 + V_y'^2 + V_z'^2 + u^2 + 2uV'_x - \frac{u^2}{c^2} (V_y'^2 + V_z'^2)}{(1 + \frac{u}{c^2} V'_x)^2}$$

$$(1 + \frac{u}{c^2} V'_x)^2$$

$$= \left[ v'^2 + u^2 + 2uv'_x - \frac{u^2}{c^2} (v_y'^2 + v_z'^2) \right] / \left( 1 + \frac{u}{c^2} v'_x \right)$$

$$\therefore v = \frac{\sqrt{v'^2 + u^2 + 2uv'_x - \frac{u^2}{c^2} (v_y'^2 + v_z'^2)}}{\left( 1 + \frac{uv'_x}{c^2} \right)}$$

وهذه المعادلة توضح العلاقة بين  $v'$  و  $v$  ويمكن إيجاد معادلة التحويل العكسية كالمتباد



نفرض الزاوية بين سرعة الجسم والمحور السيني  $x$  كما يرصدها المشاهد المستقر في النظام  $S$  هي  $\theta$  لإيجاد العلاقة بين اتجاه السرعة في النظام  $S'$  وهي  $\theta'$  وبينها في النظام  $S$  وهي  $\theta$  نتبع الخطوات الآتية :

من الرسم يتضح أن :

$$\tan \theta' = \frac{\sin \theta'}{\cos \theta'} = \frac{v' \sin \theta'}{v' \cos \theta'} = \frac{\sqrt{v_y'^2 + v_z'^2}}{v'_x}$$

$$\tan \theta' = \frac{\sqrt{\left[ \frac{v_y \sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}}{1 - uv_x/c} \right]^2 + \left[ \frac{v_z \sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}}{1 - uv_x/c} \right]^2}}{\frac{v_x - u}{1 - \frac{u}{c^2} v_x}}$$

$$\tan \theta' = \frac{\sqrt{v_y^2 \left(1 - \frac{u^2}{c^2}\right) + v_z^2 \left(1 - \frac{u^2}{c^2}\right)}}{v_x - u}$$

$$\therefore \tan \theta' = \frac{\sqrt{\left(1 - \frac{u^2}{c^2}\right) (v_y^2 + v_z^2)}}{v_x - u}$$

وبما أن :

$$v_y^2 + v_z^2 = v^2 \sin^2 \theta$$

$$v_x = v \cos \theta$$

$$\therefore \tan \theta' = \frac{\sqrt{\left(1 - \frac{u^2}{c^2}\right) v^2 \sin^2 \theta}}{v \cos \theta - u}$$

$$\therefore \tan \theta' = \frac{v \sin \theta \sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}}{v \cos \theta - u}$$

$$\therefore \tan \theta' = \frac{\tan \theta \sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}}{1 - \frac{u}{v \cos \theta}} = \frac{\tan \theta \sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}}{1 - \frac{u}{v_x}}$$

وهذه المعادلة تربط بين الزاويتين :  $\theta$  ,  $\theta'$   
ويمكن إيجاد معادلة التحويل العكسية كالعتاد فتصبح :

$$\therefore \tan \theta = \frac{\tan \theta' \sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}}{1 + \frac{u}{v'_x}}$$

ويلاحظ أيضا من الرسم أن :

$$\tan \phi' = \frac{v'_y}{v'_z}$$

وبما أن :

$$v'_y = v_y$$

$$v'_z = v_z$$

$$\therefore \tan \phi' = \frac{v_y}{v_z} = \tan \phi$$

$$\therefore \phi' = \phi$$

مثال : (G-6)

مشاهدان أحدهما A مستقر على الأرض - والآخر B مستقر في مؤخرة قطار يتحرك بسرعة  
( افتراضية ) خطية منتظمة بالنسبة للأرض مقدارها  $0.6c$  أطلق المشاهد B دليفة من بندقية في يده  
في اتجاه مقدمة القطار بسرعة  $0.4c$ .

فإذا كان طول القطار 100m فاحسب القيم التي يرصدها المشاهد A لكل من :

أ - طول القطار .

ب - سرعة القذيفة .

ج - الفترة الزمنية اللازمة لتصل القذيفة إلى مقعدة القطار .

الحل :

أ - بما أن القطار متحرك بالنسبة للمشاهد A بسرعة نسبية 0.6c لذا فطول القطار يبدو بالنسبة له منكسرا بمعامل لورنتز ولكن القيمة التي يرصدها هي L فيكون :

$$L = L_0 \sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}} = 100 \sqrt{1 - \frac{(0.6c)^2}{c^2}} = 100 \times 0.8 = 80 \text{ m}$$

ب - سرعة القذيفة  $V_x$  بالنسبة للمشاهد A نحصل عليها من المعادلة :

$$V_x = \frac{\frac{V'_x + u}{1 + \frac{uV'_x}{c^2}}}{1 + \frac{uV'_x}{c^2}} = \frac{0.4c + 0.6c}{1 + \frac{0.24c^2}{c^2}}$$

$$\therefore V_x = \frac{c}{1.24} = 0.806 c$$

ج - بالنسبة للمشاهد A تظل القذيفة متحركة في الهواء بسرعة  $V_x = 0.806 c$  فترة زمنية t تنقطع خلالها مسافة لتكون d وهذه المسافة تساوي مجموع الطول المنكسر للقطار L كما يرصده المشاهد A والمسافة التي يقطعها القطار خلال الفترة الزمنية t وهو متحرك بسرعة 0.6c أي أن :

$$d = V_x \cdot t = L + (0.6c) t$$

$$\therefore 0.806 ct = 80 + 0.6 ct$$

$$\therefore 0.206 ct = 80$$

$$\therefore t = \frac{80}{0.206 \times 3 \times 10^8} = 129 \times 10^{-8} = 1.29 \text{ ميكروانية}$$



مثال : G-7

احسب الطول الظاهري لمسطرة متحركة في اتجاه طولها بسرعة جعلت كتلتها النسبية ضعف كتلتها الساكنة.

الحل :

$$m c^2 = \frac{m_0 c^2}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}$$

$$\therefore \frac{m}{m_0} = \frac{1}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} = 2$$

$$\therefore \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} = \frac{1}{2}$$

الطول الظاهري المتكسر للمسطرة نحصل عليه من العلاقة :

$$L = L_0 \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} = \frac{1}{2} L_0$$

أى أنه اذا كان طول المسطرة الحقيقي مترا واحدا فان الطول الظاهري يبدو مساويا لنصف متر .

مثال : (G-8)

وضع أن التعبير الرياضى لطاقة الحركة في نسبية اينشتاين يتحول إلى التعبير الرياضى المعروف لطاقة الحركة في نسبية نيوتن عندما تكون سرعة الجسم  $v$  صغيرة جدا بالنسبة لسرعة الضوء  $c$  أى عندما يكون  $1 \gg \frac{v}{c}$ .

$$\left(1 - \frac{v^2}{c^2}\right)^{\frac{1}{2}}$$

عندما تكون السرعة  $v$  صغيرة يمكن أن نترك المقدار  $\left(1 - \frac{v^2}{c^2}\right)^{\frac{1}{2}}$  ونستخدم ذلك في علامة اينشتاين كالتالى :

$$T = m_0 c^2 \left[ \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} - 1 \right]$$

$$\therefore T = m_0 c^2 \left[ \left( 1 - \frac{v^2}{c^2} \right)^{\frac{1}{2}} - 1 \right]$$

$$= m_0 c^2 \left[ 1 + \frac{1}{2} \frac{v^2}{c^2} + \dots - 1 \right] = \frac{1}{2} m_0 v^2$$

والتعبير الأخير هو الصورة المعروفة لطاقة الحركة في نسبة نيوتن . ونعلم أنه في نسبة نيوتن الكتلة لا تتغير بتغير السرعة أي أن  $m = m_0$  ويكون  $T = \frac{1}{2} m v^2$

مثال : (G-9)

أحسب معدل النقص في كتلة الشمس الحالي لكل ساعة اذا علمت أن : قيمة الثابت التسمي  $I_s$  ( متوسط الطاقة الشمسية التي تسقط في الثانية الواحدة على المتر المربع من سطح الأرض على أمتعة التسمي الواصلة إليه ) يساوي  $1400 \text{ J/m}^2 \cdot \text{s}$   
 الكتلة الحالية للشمس تساوي  $2 \times 10^{30} \text{ Kg}$   
 المسافة بين الأرض والشمس هي  $1.49 \times 10^8 \text{ Km}$

الحل :

الطاقة الكلية الصادرة من الشمس في جميع الاتجاهات  $W$  في الثانية الواحدة تساوي حاصل ضرب الثابت الشمسي «مساحة سطح كرة نصف قطرها متوسط البعد بين الأرض والشمس»  
 إذن :

$$W = I_s \times 4\pi R^2$$

$$= 1400 \times 4 \times 3.14 \times (1.49 \times 10^{11})^2$$

$$= 3.9 \times 10^{26} \text{ Joules/second}$$

وهذه الطاقة تكافئ النقص المادي في كتلة الشمس في الثانية الواحدة  $\Delta m$  والذي يمكن حسابه من معادلة أينشتاين للتكافؤ بين المادة والطاقة  $E = \Delta m \cdot c^2$

اذن :

$$\Delta = \frac{W}{c^2} = \frac{3.9 \times 10^{26}}{(3 \times 10^8)^2}$$

$$= 4.33 \times 10^9 \text{ Kg/s.}$$

وهذا يوضح أن الشمس يتحول من كتلتها 4.3 مليون طن كل ثانية إلى طاقة وعلى الرغم من عظم هذا المقدار إلا أنه لا يمثل إلا جزءا صغيرا من الكتلة الكلية للشمس . ويتضح ذلك بحساب النسبة بينه وبين الكتلة الكلية للشمس فنجد مساويا :

$$\frac{4.3 \times 10^9}{2 \times 10^{30}} = 2.15 \times 10^{-21}$$

وهذا يمثل نسبة مئوية قدرها  $2.15 \times 10^{-19} \%$  وهو معدل صغير للغاية .

مثال : (G-10)

فوتون لاشعاع طوله الموجي  $\lambda = 0.650 \text{ \AA}$  حدث له استطارة كومبتون عندما سقط على ذرة كربون ( جهد التأين لها يساوى : 11.22 VOLTS )

أحسب :

( أ ) التغير في الطول الموجي للاشعاع المستطار بزاوية  $90^\circ$  .

( ب ) احسب  $\Delta\lambda$  اذا فرضنا أن ذرة الكربون بأكملها هي التي استطارت وليس الالكترون فقط كما يحدث في الظاهرة .

( ج ) احسب القيمة العظمى لطاقة الحركة للالكترون المرتد .

ملحوظة :

يتضح من المعطيات أن جهد التأين ( أو طاقة الربط ) تساوى 11 إلكترون فولت بينما طاقة الفوتون  $h\nu$  الساقط هي :

$$h\nu = \frac{6.625 \times 10^{-34} \times 3 \times 10^8}{0.65 \times 10^{-10}} \text{ Joule}$$

$$= \frac{6.625 \times 10^{-34} \times 3 \times 10^8}{0.65 \times 10^{-10} \times 1.6 \times 10^{-19}} = 19.11 \text{ Kev}$$

ويتضح من ذلك أن طاقة التأين صغيرة جدا بالنسبة لطاقة فوتون الاشعاع الساطع لذا يمكن إهمال طاقة التأين .

$$\Delta\lambda = \frac{h}{m_0 c} (1 - \cos \theta) \quad ; \quad \text{بما أن :}$$

$$\cos 90^\circ = 0 \text{ ولكن}$$

$$\begin{aligned} \therefore (\Delta\lambda)_1 &= \frac{h}{m_0 c} (1 - 0) \\ &= \frac{6.625 \times 10^{-34}}{9.1 \times 10^{-31} \times 3 \times 10^8} \\ &= 2.4267 \times 10^{-12} = 2.43 \times 10^{-12} \text{ m} = 0.024 \text{ \AA} . \end{aligned}$$

( ب ) عندما ترتد ذرة الكربون بأكملها فإن التغير في الطول الموجي الذي حصلنا عليه في الخطوة السابقة تصغر قيمته بنسبة كتلة الإلكترون المرتد إلى كتلة ذرة الكربون كلها .

وبما أن كتلة الإلكترون =  $\frac{1}{1837}$  من وحدة الكتلة الذرية تقريبا ، عدد الكتلة لذرة الكربون هو ١٢

$$\therefore \Delta\lambda \text{ تصغر بمقدار } \frac{1}{12 \times 1837}$$

وتصبح القيمة الجديدة هي :

$$(\Delta\lambda)_2 = \frac{0.0243 \text{ \AA}}{12 \times 1837} = 1.1 \times 10^{-4} \text{ \AA} .$$

( ج ) لحساب القيمة العظمى لطاقة حركة الالكترون المرتد نستنتج أولاً وبصفة عامة المعادلة الخاصة بطاقة الحركة للالكترون المرتد في ظاهرة كومبتون كالآتي :

من المعادلة رقم (5-38) نحصل على :

$$\frac{h^2 \nu \nu'}{m_0 c^2} (1 - \cos \theta) = h\nu - h\nu'$$

$$\therefore h\nu = h\nu' + \frac{h^2 \nu \nu'}{m_0 c^2} (1 - \cos \theta)$$

$$\therefore h\nu = h\nu' \left[ 1 + \frac{h\nu}{m_0 c^2} (1 - \cos \theta) \right]$$

$$\therefore h\nu' = \frac{h\nu}{\left[ 1 + \frac{h\nu}{m_0 c^2} (1 - \cos \theta) \right]}$$

بما أن طاقة حركة الالكترون المرتد  $T =$  طاقة الفوتون للانعراج الساقط -  
طاقة الفوتون للانعراج المستطير

$$\therefore T = h\nu - h\nu' = h\nu - \frac{h\nu}{1 + \frac{h\nu}{m_0 c^2} (1 - \cos \theta)}$$

$$\therefore T = h\nu \left[ 1 - \frac{1}{1 + \frac{h\nu}{m_0 c^2} (1 - \cos \theta)} \right]$$

$$m_0 c^2 = 0.512 \text{ Mev}$$

وحيث أن:

اذن بالتعويض في المعادلة اعلاه نحصل على :

$$\begin{aligned}
 T_{\max} &= \frac{0.019}{1 + \frac{0.512}{2 \times 0.019}} \\
 &= \frac{2 \times 0.019 \times 0.019}{2 + 0.019 + 0.512} \\
 &= \frac{7.22 \times 10^{-4}}{0.550} \\
 &= 1.313 \times 10^{-3} \text{ Mev} \\
 &= 1.3 \text{ Kev}
 \end{aligned}$$

مثال (11-6)

إذا فرض أن سرعة أحد الميونات في الأسمدة الكونية بالنسبة للأرض هي  $0.8c$  أوجد المسافة التي يقطعها هذا الجسيم بالنسبة لمُشاهد على الأرض بفرض أن سرعته تظل ثابتة وأن زمن الرحلة بالنسبة لنظام الإحداثيات الذي يكون فيه الميون مستقراً هو  $2 \times 10^{-8}$  من الثانية ؟

الحل :

$$\begin{aligned}
 &\frac{1}{\sqrt{1-u^2/c^2}} \text{ زمن الرحلة بالنسبة لمُشاهد على الأرض سيكون اكبر بمقدار المعامل} \\
 &= \frac{1}{\sqrt{1-u^2/c^2}} \cdot 2 \times 10^{-8} = \frac{5}{3} \times 2 \times 10^{-8} \\
 &= 3.33 \times 10^{-8} \text{ sec.}
 \end{aligned}$$

∴ المسافة الظاهرية التي يقطعها تساوى

$$\Delta x = 0.8 \times 3 \times 10^8 \times 3.33 \times 10^{-8} = 8.0 \text{ metres}$$

وبلاحظ ان هذه المسافة اكبر من اى مسافة يمكن ان يقطعها الميون خلال الفترة الزمنية  $2 \times 10^{-8}$  sec حتى ولو كانت سرعته تساوى سرعة الضوء .

مثال : (G-12)

وضح ان اقصى سرعة يمكن ان يتحرك بها جسيم بعد تعجيله بقوة ثابتة في اتجاه خط مستقيم هي سرعة الضوء . ثم استنتج معادلة الازاحة الخطية كدالة للزمن والقوة المؤثرة .

الحل :

القوة المؤثرة تعطى بالعلاقة :

$$F = \frac{d\bar{p}}{dt} = \frac{d}{dt} (m \bar{v}) = \frac{d}{dt} \left( \frac{m_0 \bar{v}}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \right)$$

وحيث ان الحركة في خط مستقيم فانه لا يوجد تغير في الاتجاه لذلك نكتب المعادلة في صورة قياسية كالآتى :

$$F = \frac{d}{dt} \left( \frac{m_0 v}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \right)$$

وباجراء التكامل للعلاقة الآتية :

$$\int_0^t F \cdot dt = \int_0^v d \left( \frac{m_0 v}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \right)$$

نحصل على :

$$F \cdot t = \frac{m_0 v}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

$$\left( \frac{F \cdot t}{m_0 c} \right) = \frac{\frac{v}{c}}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

$$\left( \frac{F \cdot t}{m_0 c} \right)^2 = \frac{\left( \frac{v}{c} \right)^2}{\left( 1 - v^2/c^2 \right)}$$

$$\left( \frac{v}{c} \right)^2 = \left( \frac{F \cdot t}{m_0 c} \right)^2 \cdot \left( 1 - \frac{v^2}{c^2} \right)$$

$$\therefore \left( \frac{F \cdot t}{m_0 c} \right)^2 = \left( \frac{v}{c} \right)^2 \cdot \left( 1 + \left( \frac{F \cdot t}{m_0 c} \right)^2 \right)$$

$$\therefore \frac{v}{c} = \frac{\frac{F \cdot t}{m_0 c}}{\sqrt{1 + \left( F \cdot t / m_0 c \right)^2}}$$

وبلاحظ من هذه المعادلة انه عندما تقاس سرعة الدفينة بعد فترة وجيزة جدا من بداية الحركة حيث يمكن اهمال المقدار  $(Ft/m_0c)^2$  في المقام فتكون السرعة مساوية :

$$v \simeq \left( \frac{F}{m_0} \right) t$$

وهو التعبير التقليدي ( الكلاسيكي ) لان  $\left( \frac{F}{m_0} \right)$  يمثل العجلة التي يتحرك بها الجسم .

وعندما تكون  $t$  كبيرة أى بعد ان يحدث التعجيل للجسم لفترة طويلة فان الواحد الصحيح

يمكن اهماله بالنسبة للحد  $(Ft/m_0c)^2$  وتصبح سرعة الجسم مساوية لسرعة الضوء .

وبلاحظ انه لا يمكن ان تتجاوز سرعة الجسم سرعة الضوء مهما استمرت عملية التعجيل اى

مهما استمر تأثير القوة على الجسم اثناء تعجيله .

للحصول على الاراحة نستخدم العلاقة :

$$v = \frac{dx}{dt} = c \frac{\left( \frac{F}{m_0 c} \right) t}{\sqrt{1 + \left( F \cdot t / m_0 c \right)^2}}$$



$$\therefore \int_0^x dx = \int_0^t c \frac{\left( \frac{F}{m_0 c} \right) t}{\sqrt{1 + \left( F t / m_0 c \right)^2}} dt$$

وحيث انه اذا كان البسط يمثل تفاضل ما تحت الجذر فان التكامل يساوى ضعف الجذر ومنه  
نحصل على العلاقة الآتية بعد اجراء التكامل :

$$\left[ x \right]_0^x = \frac{m_0 c^2}{F} \left[ \sqrt{1 + \left( F t / m_0 c \right)^2} \right]$$

$$x = \frac{m_0 c^2}{F} \left[ \sqrt{1 + \left( F t / m_0 c \right)^2} - 1 \right]$$

وعندما تكون  $t$  صغيرة يمكن ان يفك المقدار تحت الجذر بنظرية ذات المدين على الصورة  
الآتية :

$$x = \frac{m_0 c^2}{F} \left[ 1 + \frac{1}{2} \left( \frac{F t}{m_0 c} \right)^2 + \dots - 1 \right]$$

$$x = \frac{1}{2} \left( \frac{F}{m_0} \right) t^2$$

وهو نفس التعبير الرياضى الذى يمكن الحصول عليه على اساس ميكانيكا نيوتن . وعندما تكون  
 $t$  كبيرة يصبح لدينا :

$$x = ct - \frac{m_0 c^2}{F}$$

والمعادلة الأخيرة توضح انه تبعا للنظرية النسبية تكون المسافة التي يقطعها الجسيم داتها اصغر من القيمة الكلاسيكية وهو يقابل ما ناقشناه سابقا بالنسبة لانكماش الاطوال .

مثال :

اتناء مرور فوتون ذى طاقة 2.90 Mev خلال شريحة من عنصر الرصاص تحول الى مادة في صورة زوج من الالكترن والبوزيترون .

فاذا فرض ان هذين الجسيمين لها طاقة حركة متساوية فأوجد :

أ - الكتلة النسبية لكل من الالكترن والبوزيترون .

ب - السرعة النسبية لكل منها .

ج - القيمة الصغرى لشدة الفيض المغناطيسى واتجاهه. اللازم لجعل مسار كل من الالكترن والبوزيترون مسارا دائريا نصف قطره ١٢ سم . (12 cm) .

ملحوظة : اهمل طاقة ارتداد نواة ذرة الرصاص .

الحل :

( أ ) بتطبيق قانون بقاء الطاقة نحصل على : الطاقة الكلية للبوزيترون + الطاقة الكلية للالكترن = طاقة الفوتون

$$h = mc^2 + mc^2$$

$$= 2 mc^2$$

اذن الكتلة النسبية لكل منها m تساوى :

$$m = \frac{1}{2} \frac{h}{c^2} = \frac{2.9 \times 10^6 \times 1.6 \times 10^{-19} \text{ J}}{2 \times (3 \times 10^8 \text{ m/s})^2}$$

$$= \frac{4.64 \times 10^{-13}}{1.8 \times 10^{16}} = 25.8 \times 10^{-31} \text{ Kg.}$$

ب - لحساب السرعة النسبية نكتب العلاقة الآتية :

$$mc^2 = \frac{m_0 c^2}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

$$\therefore \frac{m}{m_0} = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

$$\therefore \frac{25.8 \times 10^{-31}}{9.1 \times 10^{-31}} = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

$$\therefore 2.8 = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

$$\therefore 1 - \frac{v^2}{c^2} = \frac{1}{(2.8)^2} = 0.128$$

$$\therefore \frac{v}{c} = (1 - 0.128)^{\frac{1}{2}} = (0.872)^{\frac{1}{2}} = 0.934$$

$$\therefore v = 0.934 c$$

$$= 0.934 \times 3 \times 10^8 = 2.8 \times 10^8 \text{ m/s.}$$

ج - لكي يدور الإلكترون أو البوزيترون في مسار دائري يجب أن يكون اتجاه الفيض المغناطيسي عمودياً على سرعة كل منهما علاوة على ذلك لدينا العلاقة الآتية :

$$\therefore m \frac{v^2}{R} = q v B \sin \theta$$

$$\therefore m \frac{v^2}{R} = q v B \sin 90^\circ$$

$$\therefore B = \frac{m v}{q R}$$

$$B = \frac{25.8 \times 10^{-31} \times 2.8 \times 10^8}{1.6 \times 10^{-19} \times 0.12}$$

$$= 0.038 \text{ Weber/m}^2 = 0.038 \text{ Tesla}$$

مثال :

اوجد كتلة الالكترون بالنسبة لكتلة السكون ( $\frac{m}{m_0}$ ) وسرعه بالنسبة لسرعة الضوء  $\frac{v}{c}$  عندما تكون طاقته الحركية تساوى 50 Mev

الحل :

الطاقة الكلية  $mc^2$  تساوى مجموع طاقة الحركة وطاقة الكتلة الساكنة.

$$\therefore mc^2 = (K.E) + m_0c^2$$

$$m_0c^2 = 0.512 \text{ Mev} \quad \text{وبما أن}$$

$$\therefore mc^2 = 50 + 0.512 = 50.512 \text{ Mev}$$

$$\therefore \frac{m}{m_0} = \frac{50.512}{0.512} = 98.6563$$

ثانيا : بما أن :

$$mc^2 = \frac{m_0c^2}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

$$\therefore \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} = \frac{0.512}{50.512} = 0.0101$$

$$\begin{aligned} \therefore \frac{v^2}{c^2} &= 1 - (0.01)^2 = 1 - 0.0001 \\ &= 0.9999 \end{aligned}$$

$$\therefore \frac{v}{c} = 0.99995$$

$$\therefore v = 0.99995 c$$

مثال :

احسب طاقة الربط النووى لنواة ذرة هيليوم  ${}^4\text{He}$  اذا كانت الكتلة الفعلية لها تساوى  $(4.0028 \text{ a.m.u.})$

$$m_p = 1.00760 \text{ a.m.u.} = \text{وكلة البروتون}$$

$$m_n = 1.00899 \text{ a.m.u.} = \text{وكلة النيوترون}$$

الحل :

$$2 \times m_p + 2 \times m_n = M({}^4\text{He})^* = \text{كتلة النواة من مكوناتها}$$

$$M({}^4\text{He})^* = 2 \times 1.00760 + 2 \times 1.00899 = 4.03318 \text{ a.m.u.}$$

التقص فى الكتلة بعد اندماجهم لتكوين نواة الهيليوم =

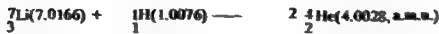
$$4.03318 - 4.0028 = 0.03038 \text{ a.m.u.}$$

الطاقة المكافئة لهذا التقص المادى ( اى طاقة الربط النووى ) =

$$0.03038 \times 931.5 = 28.2989 = 28.3 \text{ Mev}$$

مثال :

احسب مقدار الطاقة المنطلقة  $E$  من التفاعل النووى الآتى :



علما بان وحدة الكتلة الذرية تكافئ طاقة قدرها ٩٣١,٥ مليون الكترون فولت كما رأينا فى المثال السابق .

الحل :

$$7.0166 + 1.0076 = 8.0242 \text{ a.m.u.}$$

كتل المواد المتفاعلة =

$$2 \times 4.0028 = 8.0056 \text{ A.M.U.}$$

كتل النوى الناتجة من التفاعل =

$$8.0242 - 8.0056 = 0.0186 \text{ a.m.u.}$$

اذن التقص فى الكتلة =

هذا النقص يتحول الى قدر مكافئ من الطاقة تنطلق من التفاعل على شكل طاقة حركة لدينتي الفا المنطلقين من التفاعل .

$$0.0186 \times 931.5 = 17.3259 = 17.33 \text{ Mev} \quad \text{اذن مقدار الطاقة المنطلقة} =$$

مثال :

فذيفة كتلتها الساكنة  $M_0$  تتحرك على امتداد المحور السيني بسرعة  $v$  اصطدمت بهدف ساكن كتلة السكون له  $m_0$  فاذا كان هذا التصادم مرنا تماما اوجد طاقة الهدف بعد التصادم .

الحل :

نفرض ان سرعة الفذيفة بعد التصادم  $v^1$  وطاقتها  $E^1$  وكمية تحركها الخطي  $P^1$  وان الطاقة الكلية وكمية التحرك الخطي للهدف بعد التصادم هي  $E^2, P^2$  تبعا لقانون بقاء الطاقة فان الطاقة الكلية قبل التصادم تساوى الطاقة الكلية بعد التصادم وهذا يعطى :

$$E + m_0 c^2 = E^1 + E^2 \quad \dots(1)$$

$$\vec{P} = \vec{P}^1 + \vec{P}^2 \quad \dots(2) \quad \text{وبالمثل فانون بقاء كمية التحرك الخطي يعطى:}$$

$$E^2 - c^2 P^2 = (M_0 c^2)^2 \quad \dots(3) \quad \text{كما سبق علمنا ان}$$

$$E^{12} - c^2 P^{12} = (M_0 c^2)^2 \quad \dots(4) \quad \text{وبالمثل لدينا}$$

$$E^{12} - c^2 P^{12} = (m_0 c^2)^2 \quad \dots(5) \quad \text{وكذلك}$$

بطرح (5) من (4) نحصل على :

$$\therefore E^{12} - E^{12} - (P^{12} - P^{12}) c^2 = (M_0^2 - m_0^2) c^4 \quad \dots(6)$$

$$\therefore (E^1 + E^2) (E^1 - E^2) - (P^{12} - P^{12}) c^2 = (M_0^2 - m_0^2) c^4$$

$$\therefore (E + m_0 c^2) (E + m_0 c^2 - 2E^1) - (P^2 - P^2) c^2 = (M_0^2 - m_0^2) c^4$$

$$(P^{12} - P^{12}) c^2 = \{ (P^1 + P^1) (P^1 - P^1) \} c^2 \quad \text{ولكن}$$

$$= \{ P (P - 2P^1) \} c^2$$

$$\therefore (E + m_0 c^2) (E + m_0 c^2 - 2E^1) - \{ P (P - 2P^1) \} c^2 = (M_0^2 - m_0^2) c^4 \quad \dots(7)$$

$$\therefore E^2 + 2E m_0 c^2 - 2c^4 E + (m_0 c^2)^2 - 2^4 c^4 m_0 c^2 \\ - P^2 c^2 + 2P p^4 c^2 = (M_0^2 - m_0^2) c^4$$

بالتعويض من المعادلة (3) نحصل على :

$$(M_0 c^2)^2 + 2E m_0 c^2 - 2c^4 E + (m_0 c^2)^2 - 2c^4 m_0 c^2 + 2P p^4 c^2 = (M_0^2 - m_0^2) c^4$$

$$\therefore 2E m_0 c^2 - 2c^4 E - 2c^4 m_0 c^2 + 2P p^4 c^2 = 2 (m_0 c^2)^2$$

$$\therefore (E' + m_0 c^2) (c^4 - m_0 c^2) = P p^4 c^2 \quad \text{بإعادة ترتيب هذه المعادلة نحصل على :}$$

بترتيب طرفي هذه المعادلة والتعويض عن  $P^2 c^2$  (5) نحصل على :

$$(E + m_0 c^2)^2 (c^4 - m_0 c^2)^2 = P^2 c^2 (c'^2 - m_0^2 c^4)$$

$$(E + m_0 c^2)^2 (c^4 - m_0 c^2) = P^2 c^2 (c^4 + m_0 c^2)$$

وهذا يعطى :

$$c' = \frac{(E + m_0 c^2)^2 + P^2 c^2}{(E + m_0 c^2)^2 - P^2 c^2} m_0 c^2$$

مثال :

ذرة مستثارة كتلتها الساكنة  $m_0$  مستقرة في نظام إحداثيات معين انطلق من هذه الذرة فوتون حاملًا معه جزءًا من طاقة استثنائية قدره  $\Delta E$  وأرادت الذرة نتيجة لذلك • أبث أن تردد الفوتون المنبعث يعطى بالعلاقة :

$$\nu = \frac{\Delta E}{h} \left( 1 - \frac{\Delta E}{2 m_0 c^2} \right)$$

$$\Delta E = (m_0 - m_0) c^2 \quad \text{علما بأن :}$$

حيث  $m_0$  الكتلة الساكنة للذرة بعد انبعاث الفوتون منها •

الحل :

قانون بقاء الطاقة يعطى بالعلاقة الآتية :

$$m_0 c^2 = E + h \quad \dots(1)$$

قانون بقاء كمية التحرك الخطى يعطى العلاقة الآتية :

$$\frac{h}{c} = \frac{E}{c^2} v \quad \therefore \quad m_2 = E/c^2 \quad , \quad \dots(2)$$

حيث :

$$E = m_2 c^2 = \frac{m_0 c^2}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}$$

$v$  هى سرعة ارتداد الذرة .

من المعادلتين (1) و (2) بترتيبها وتربيعها ثم الطرح نحصل على :

$$E^2 \left(1 - \frac{v^2}{c^2}\right) = (m_0 c^2 - h\nu)^2 - (h\nu)^2 \quad \dots(4)$$

بالتعويض من المعادلتين (3), (4) نحصل على :

$$(m_0 c^2)^2 = (m_0 c^2 - h\nu)^2 - (h\nu)^2$$

$$\therefore (m_0 c^2 - \Delta E)^2 = (m_0 c^2)^2 - 2 h\nu m_0 c^2$$

$$\therefore \Delta E^2 - 2\Delta E m_0 c^2 = - 2 h\nu m_0 c^2$$

$$\therefore \Delta E^2 - 2\Delta E m_0 c^2 = - 2 h\nu m_0 c^2$$

$$\therefore h\nu = \Delta E - \frac{\Delta E^2}{2 m_0 c^2}$$

$$= \Delta E \left[ 1 - \frac{\Delta E}{2 m_0 c^2} \right]$$

مثال :

يفضل نوع معين من المجالات النووية في عمله اذا زادت الكتلة النسبية للجسيم المجل فيه عن ٢٥٪ بالنسبة لكتلته الساكنة فأوجد :



أ - أكبر قيمة لطاقة الحركة المكتسبة إذا كان الجسم المعجل هو البروتون وكذلك إذا كان الإلكترون .

ب - احسب سرعة الجسم المعجل عند هذا الحد سواء اكان بروتونا او الكترونا .

الحل :

$$mc^2 - m_0c^2 = 0.25 m_0c^2 \quad \text{بما ان :}$$

$$\therefore \text{Maximum K.E.} = 0.25 m_0c^2 \quad \text{طاقة الحركة العظمى}$$

وعندما يكون الجسم المعجل هو البروتون تكون اقصى قيمة لطاقة حركته (K.E.)<sub>max.</sub>

$$0.25 M_0c^2 = 0.25 \times 938 = 234.5 \text{ Mev} \quad \text{هى :}$$

وبالمثل بالنسبة للالكترون تكون اقصى طاقة حركة

$$(K.E.)_{\text{max.}} = 0.25 m_0c^2 = 0.25 \times 0.512 = 0.128 \text{ Mev}$$

ولحساب السرعة نستخدم العلاقة الآتية :

$$mc^2 = m_0c^2 / \sqrt{1 - v^2/c^2}$$

$$\therefore \frac{mc^2}{m_0c^2} = \frac{1.25}{1} = 1 / \sqrt{1 - v^2/c^2}$$

بصرف النظر عن كنه الجسم :

$$\therefore (1 - v^2/c^2)^{\frac{1}{2}} = \frac{100}{125} = \frac{4}{5}$$

$$\therefore 1 - \frac{v^2}{c^2} = \frac{16}{25}$$

$$\therefore \frac{v^2}{c^2} = \frac{9}{25}$$

$$\therefore v = 0.6 c$$

مثال :

إذا فرض أن ميون (u-Meson or muon) في الانحطة الكونية يتولد نتيجة اضمحلال تلقائي لميزون باى Pi-Meson متحرك في الغلاف الجوى على ارتفاع عشرين كيلومترا من سطح البحر وبسرعة  $0.99c$  في اتجاه الأرض . احسب مدى احتمال وصول هذا الميون الى سطح الأرض بفرض أن الاضمحلال التلقائي يتبع القانون اللوغاريتمى العيارى وأن متوسط العمر للميون هو  $2.2$  ميكروثانية .

الحل :

على اساس متوسط عمر الميون هو  $2.2 \mu\text{sec}$  وسرعته  $0.99c$  نتوقع أن المسافة المتوسطة التي يعبها الميون قبل أن يضمحل تلقائياً هي :

$$L = v \cdot \tau = (2.2 \times 10^{-6}) (0.99c)$$

$$= 653 \text{ meters}$$

وذلك في نظام الاحداثيات الذى فيه الميون في حالة سكون اما بالنسبة لمشاهد على سطح الأرض فانه نتيجة حركة الميون بتلك السرعة الهائلة تبدو المسافة التي يعبها الميون المتحرك للوصول الى سطح الأرض ( وهي  $40$  كم ) منكسبة الى القيمة التالية :

$$L = L_0 (1 - u^2/c^2)^{1/2}$$

$$= 20 (1 - (0.99c)^2/c^2)^{1/2} = 2.8 \text{ Km.}$$

وعلى ذلك فان مدى احتمال وصول الميون الى سطح الأرض قبل أن يضمحل هو  $W$  حيث :

$$W = e^{-L/\ell}$$

$$= e^{-2800/653} = e^{-4.29} = 0.013$$

وهذا معناه أن كل  $1000$  ميون متولدة في أعلى الغلاف الجوى يحتمل أن يصل منها  $13$  ميون الى سطح الأرض .

مثال محلول :

اثبت أن الفوتون لا يستطيع أن يعطى كل طاقته الى إلكترون منزول مستقر .

الحل :

إذا فرض أن الإلكترون المهدف انتقلت اليه كل طاقة الفوتون وأنه يستعيد بها كطاقة حركة فان

ذلك معناه من قانون بقاء الطاقة ان :  $h\nu + m_0c^2 = mc^2 \dots (1)$

$$\therefore h\nu = m_0c^2 \left( \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} - 1 \right) \dots (2)$$

وفي نفس الوقت تطبيق قانون كمية التحرك الخطي يؤدي الى :

$$\frac{h\nu}{c} = mv = \frac{m_0v}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} \dots (3)$$

وبالتعويض من (2) في المعادلة (3) نحصل على النتيجة الآتية :

$$(1 - v^2/c^2)^{\frac{1}{2}} = 1 - v/c$$

$$\therefore \frac{v}{c} \left( \frac{v}{c} - 1 \right) = 0$$

من هذه المعادلة يمكن ان نصل الى النتيجتين الآتيتين :

$$\therefore \frac{v}{c} = 0 \quad \therefore v = 0 \quad \text{أولاً :}$$

اى ان الالكتران بعد امتصاصه لكل طاقة الفوتون يستقر في مكانه وهذا مستحيل ومستبعد .

$$\left( \frac{v}{c} - 1 \right) = 0, \quad \therefore v = c \quad \text{ثانياً :}$$

اى ان سرعة الدقيقة تساوى ضعف سرعة الضوء وهذا ايضا مستحيل لانه في هذه الحالة تصبح كتلة الجسم لا نهائية كما يتضح من العلاقة :

$$m = m_0(1 - v^2/c^2)^{-\frac{1}{2}}$$

وذلك لان الجسم اصلا كتلته الساكنة اكبر من الصفر .

من النتيجتين السابقتين يتضح انه يجب ان يساهم جسيم ثالث مع الالكتران والفوتون لاتمام التفاعل . وهذا دائما يكون عن طريق نواة الذرة الام لهذا الالكتران .



## مسائل عامة على النظرية النسبية الخاصة :

( ١ ) اثبت ان معادلة الحركة الموجية لا تتصف بخاصية عدم التغير فيما لتحويلات جاليليو للأحداثيات ولكنها تتصف بما فيما لتحويلات لورنتز .

( ٢ ) كشف ضوئي يدور بسرعة منتظمة بمعدل 120 دورة في الدقيقة ويحيث يسقط الضوء منه على شاشة تبعد عنه مسافة  $(8 \times 10^3)$  كيلومترا . ماهى السرعة التى يتحرك بها أثر الحزمة الضوئية على الشاشة ؟ هل هذا يتعارض مع النظرية النسبية الخاصة ؟ ماهى سرعة كل فوتون على الشاشة ؟

( ٣ ) احسب متوسط عمر ميزون  $\pi$ -Meson (pion) متحرك بسرعة قدرها  $0.9c$  بالنسبة لمشاهد على الأرض علما بان متوسط عمره بالنسبة لمشاهد آخر مستقر بالنسبة للميزون هو  $30 \text{ ns}$  ( النانوية ms يساوى  $(10^{-9} \text{ sec})$  )

( ٤ ) جسيان يتحرك كل منها في اتجاه الاخر بسرعة  $0.8c$  بالنسبة للمعمل احسب سرعة كل منها بالنسبة للآخر .

( ٥ ) جسيان انطلاقا من مصدر مشع نتيجة تآكله النوى سرعة كل منها  $0.8c$  بالنسبة للمصدر ماهى سرعة كل منها بالنسبة للآخر .

( ٦ ) جسيم سرعته  $v$  حيث  $v = \sqrt{12c^2 + 4c^2 + 3c^2}$   $v$  متر/ثانية في نظام  $S$  الذى يتحرك بالنسبة للمعمل بسرعة نسبية منتظمة  $u = 0.8c$  احسب سرعة الجسيم  $v$  بالنسبة للمعمل .

( ٧ ) في تجربة فيزو تتحرك حزمة من الضوء الاصفر في اتجاهين متضادين متوازيين خلال الماء المنسكب في الجهاز فلذا كان طول كل من المسارين الاقبيين هو  $L = 15 \text{ m}$  وكانت سرعة الضوء بالنسبة للماء  $0.7c$  فلذا كانت سرعة الماء في الجهاز بالنسبة للمعمل هى  $3 \text{ m/sec}$  فأوجد الفترة الزمنية اللازمة ليقطع فيها الضوء كلا من المسارين الاقبيين ثم احسب فرق الطور بين هذين الشعاعين .

( ٨ ) مرآة متوتة تتحرك في اتجاه عمودى على سطحها بسرعة تساوى نصف سرعة الضوء مبتعدة عن المصدر الضوئى . احسب زاوية انعكاس هذا الضوء اذا فرض ان زاوية السقوط تساوى  $\theta$

( ٩ ) احسب التغير في الطول الموجى كما يمينه مشاهد مستقر على الأرض لمخط طيفى معين في طيف الانتصاف لنياز الميروجين والقادم من نجم يبتعد عن هذا المشاهد بسرعة قدرها  $3 \times 10^8 \text{ متر/ثانية}$  علما بأن الطول الموجى لهذا الخط من طيف الميروجين يساوى  $450 \text{ nm}$  .

( ١٠ ) حدثان تم حدوثهما في نظام  $S^1$  في مكانين مختلفين ولكن في نفس اللحظة بالنسبة لمشاهد مستقر في النظام  $S^1$  برهن على ان هذين الحدثين لا يكونان في نفس اللحظة ولكن يفصل بينهما فترة زمنية تتراوح ما بين  $+\infty$  و  $-\infty$  وذلك اذا ما شوهدا بواسطة مشاهد آخر مستقر في نظام  $S$  يتحرك بالنسبة للنظام  $S^1$  بسرعة خطية منتظمة قدرها  $u$  على امتداد المحور السيني المشترك للنظامين .

( ١١ ) حزمة ضوئية متوازية ساقطة على مرآة مستوية احسب كمية التحرك الخطي التي تكتسبها تلك المرآة اذا فرض ان كثافة الطاقة للاشعاع الساقط ( اى الطاقة لوحدة الحجم ) تساوى  $(3.5 \times 10^4 \text{ Joule/m}^3)$

ثم احسب كذلك القوة التي تتأثر بها هذه المرآة خلال فترة زمنية قدرها خمس ثوان .

( ١٢ ) جسيم يظهر على انه متحرك بسرعة  $0.8c$  وبزاوية  $50^\circ$  بالنسبة للاتجاه  $X$  في نظام احداثيات معينة احسب السرعة المقابلة واتجاهها لنفس الجسيم بالنسبة لمشاهد مستقر في نظام آخر  $S^1$  يتحرك بالنسبة للاول  $S$  بسرعة خطية منتظمة قدرها  $0.6c$  وموازية للمحورين  $X, X^1$  .

( ١٣ ) عند اى قيمة للسرعة تكون كمية التحرك الخطي لجسم ما مساوية  $mc$  وماذا تكون طاقته الكلية وطاقته حركته حينئذ ؟

( ١٤ ) احسب الكتلة التي يكتسبها الكترون بعد تعجيله الى  $500 \text{ Mev}$  .

( ١٥ ) احسب سرعة بروتون طاقة حركته تساوى اربع امثال طاقة كتلته الساكنة .

( ١٦ ) اثبت ان العلاقة  $T = \frac{1}{2}mv^2$  حيث  $T$  هى طاقة حركة الجسيم لا تعطى القيمة الصحيحة لطاقة حركة النسبية حتى لو اعتبرنا  $m$  هى الكتلة النسبية للجسم .

( ١٧ ) اذا تحرك جسم بسرعة تجعل كتلته النسبية اكبر من كتلته الساكنة له بنسبة 10% فاحسب مقدار الانكماش في طول هذا الجسيم في اتجاه حركته .

( ١٨ ) اوجد  $\frac{m}{m_0}$  و  $\frac{v}{c}$  لالكترون عندما تكون طاقة حركته :

( أ )  $0.2 \text{ Mev}$  ( ب )  $50 \text{ Mev}$

( ١٩ ) احسب كمية التحرك الخطي وكذلك الطاقة الكلية لالكترون يتحرك بسرعة مساوية نصف سرعة الضوء .

( ٢٠ ) اثبت ان سرعة اى جسيم كمية تحركه الخطية مساوية  $P$  تعطى العلاقة :

$$v = \frac{Fc}{\sqrt{P^2 + m_0^2 c^2}}$$

( ٢١ ) اثبت ان سرعة اى جسيم تعطى بالعلاقة :

$$v = c \left( 1 - \frac{m_0^2 c^4}{E^2} \right)^{\frac{1}{2}}$$

حيث E هي طاقته الكلية .  $m_0$  كتلته الساكنة .

( ٢٢ ) احسب كتلة الالكتران الذى يتحرك بسرعة  $v = 0.1c$  .

وكذلك عندما يتحرك بسرعة  $v = 0.9c$  .

( ٢٣ ) معجل سنكروترون خاص بالبروتونات يكسبها طاقة حركة انصافها 10 Mev احسب نصف قطره اللازم لذلك على فرض ان شدة الفيض المغناطيسى الموجود فى الجهاز تساوى ( 1.5 Tesla )

( ٢٤ ) احسب الطاقة اللازمة لتعجيل الكتران من السكون لتصبح سرعته مساوية  $0.4c$  .

( ٢٥ ) ميزون باى طاقة حركته 120 Mev تأكل تلقائيا الى ميون ونيوترينو اثناء تحركه بتلك الطاقة احسب طاقة الميون المتولد علما بان الكتلة الساكنة للميزون باى تساوى 139 Mev والكتلة للساكنة للميون 106 Mev والكتلة الساكنة للنيوترينو تساوى صفرًا .

( ٢٦ ) لتحلل الراديم الى رادون بانبعث دفيقة الفامنه احسب طاقة الحركة لدفيقة الفا وكذلك للنيوترونات المتبددة علما بان الكتلة الذرية للراديوم تساوى 226.10309 amu وللرادون 222.09397 amu والليثيوم 4.00388 amu .

( ٢٧ ) نيوترون طاقة حركته 3000 Mev استطار بواسطة بروتون مستقر احسب طاقة الحركة للبروتون المرتد فى اتجاه يصنع زاوية قدرها  $\theta = 0$  صفرا و  $\theta = 45^\circ$  بالنسبة للاتجاه الاصلى الذى يتحرك فيه النيوترون السافط .

( ٢٨ ) اذا انطلق فوتون من نواة كتلتها الساكنة M فاثبت ان طاقة الارتداد لتلك النواة تساوى  $\frac{h\nu}{2Mc}$  حيث  $h\nu$  هى طاقة الفوتون المنطلق منها . ثم احسب من ذلك طاقة الارتداد لنواة السيسيم Cesium-137 عندما ينبعث منها اشعاع جاما طاقته 662 Kev .

( ٢٩ ) احسب اقل طاقة لفوتون اشعة جاما لازمة لكى يتحول الى الكتران وپوزيترون عندما يمر بالكتران ساكن كتلته  $m_0$  حسب المعادلة  $\gamma + e^- \rightarrow e^- + (e^- + e^-)$

( ٣٠ ) جسيم طاقة حركته T وطاقته الكلية الساكنة  $E_0$  استطار نتيجة اصطدامه بجسيم مماثل

مستقر وذلك في اتجاه يصنع زاوية  $\theta = 60^\circ$  مع الاتجاه الاصلى لحركة الجسيم القادم المستطاريبت ان

طاقة حركة الجسيم المستطاريبت بالملافة :  $T = (T_0 \cos^2 \theta) / (1 + \frac{T_0 \sin^2 \theta}{2E_0})$



( ٣١ ) احسب طاقة الترابط النووي للنواة



( ٣٢ ) احسب الطاقة التى تتكون نتيجة اندماج اربعة انوية هيدروجين لتكوين نواة هيليوم



( ٣٣ ) اصطدم فوتون بالكترون ساكن فاستطاريبت بزاوية  $\theta = 60^\circ$

احسب التغير فى الطول الموجى للانعراج الساقط .



# References

## مراجع أجنبية

Author	Title	Year & Year
1 Bergman, P.G.	Introduction to the Theory of Relativity	Frontier-Hall, 1960
2 Bohm, D.	The Special Theory of Relativity	Benjamin, 1960
3 Born, M.	Einstein's Theory of Relativity	Eller, 1962
4 Einstein, A.	The Meaning of Relativity	Williams, 1905
5 Feynman, R. et al.	The Feynman Lectures on physics	Adison, 1963
6 French, A.P.	Special Relativity	Hinton, 1965
7 Raser, C.	Introduction to the Special Theory of Relativity	Frontier-Hall, 1967
8 Kittel, C., et al.	Berkeley Physics, Vol. 1	McGraw-Hill, 1965
9 Resnick, R.	Introduction to Special Relativity	Wiley, 1968
10 Rindler, W.	Special Relativity	Interscience, 1969
11 Raser, W.	An Introduction to the Theory of Relativity	Blackwell, 1964
12 Smith, J.	Introduction to Special Relativity	Benjamin, 1965



# مختصر الكتاب

الموضوع	الصفحة
مقدمة	٩
● الباب الأول :	
نشأ النظرية العامة	١٢
● الباب الثاني :	
مقدمة النظرية العامة « لأيتان »	١٩
● الباب الثالث	
تغير بعض الظواهر الفيزيائية على أسس تحويلات لورنتز - إيتانين النسبية	٢٩
● الباب الرابع :	
العلاقة بين كتلة الجسم وسرعته	٦١
● الباب الخامس :	
بعض ظواهر الانحناء الكهروستاتيكي والنظرية العامة	٨٥
● الباب السادس :	
الثلاثة والنظرية العامة	١٠٢
أنظمة علة عطلة	١١٠
مسائل عامة على النظرية العامة	١٤٠
المراجع الأجنبية	١٤٤







## دكتور محمد عبد الحليم دي كايلى العسوي

## دكتور عبد الرحمن فكي

- ولد بمدينة السكاك بالجزين في عام ١٩٣٩ م.
- حصل على بكالوريوس علوم - الدرجة الخاصة في الفيزياء بشدة ممتاز مع مرتبة الشرف الأول عام ١٩٥٢ م.
- من كلية العلوم جامعة عين شمس
- ابتعث عام ١٩٥٦ م إلى جامعة بريستول
- انجلترا وحصل على الدكتوراه في فيزياء الطاقة العالية عام ١٩٥٩ م.
- شغل وظيفة مدرس الفيزياء بكلية الهندسة جامعة عين شمس ١٩٥٩ م ثم عين استاذًا مشاركًا في نفس الكلية عام ١٩٦٦ م ثم عين استاذًا بنينس الكلية عام ١٩٧٦ م.
- أعير للعمل بكلية العلوم - جامعة الكويت وأعيد للعمل بجامعة الملك عبدالعزيز عام ١٩٧٨ م.
- شارك في أبحاث عليّة مع جامعات لندن وبركلى والمركز الأوروبي للتوعية.
- له مؤلفات عدة في فروع الفيزياء المختلفة.
- ولد بمدينة السكاك بالجزين في عام ١٩٣٩ م.
- حصل على بكالوريوس علوم ودرجته من كلية المسلمين بالقاهرة عام ١٩٦٠ م.
- حصل على دبلوم خاص في التربية وعلم النفس من كلية التربية جامعة عين شمس بالمرحلة الأولى عام ١٩٦٨ م.
- حصل على بكالوريوس علوم الدرجة الخاصة في الفيزياء من كلية العلوم جامعة القاهرة عام ١٩٦٨ م بتقدير ممتاز مع مرتبة الشرف من الدرجة الأولى.
- التحق بدراسات الماجستير بجامعة القاهرة ثم لم يكملها بعد عام أن أوفدته شمس للخارج حيث حصل على الدبلوم عام ١٩٧٣ م.
- تدرج في السلك الجامعي ثم إلى الدرجة العاليّة كأستاذ منذ النظرية.
- من أهم مؤلفاته كتاب "كوكب وكتاب الفيزياء المتطورة" من

